۱۸ـ يو پلار (41) کلن دی او درې زامن يې په ترتيب سره (7) کلن (9) کلن او (13) کلن دي، څو کاله وروسته به د پلار عمر د زامنو د عمرونو د مجموعې سره مساوي شي؟

حل:-

$$(41+x)=(7+x)+(9+x)+(13+x)$$

$$41+x=7+x+9+x+13+x$$

$$41+x=3x+29$$

$$x-3x=29-41$$

$$-2x=-12$$

$$\frac{-2x}{-2}=\frac{-12}{-2}$$

$$x=6$$

وروسته له (6) کاله به د پلار عمر د زامنو د عمرونو د مجموعې سره مساوي شي.

۱۹ـ د يوې مربع يوه ضلع $(2x+5)$ سانتي متره او محيط يې (100 cm) دی د هرې ضلعې اوږدوالی يې معلوم کړي؟

حل:

$$4(2x+5)=100$$

$$8x+20=100$$

$$8x=100-20$$

$$8x=80$$

$$\frac{8x}{8}=\frac{80}{8}$$

$$\therefore x=10$$

پس د مربع د هرې ضلعې اوږدوالی (25 cm) دی ځکه:

$$2x+5=2(10)+5=20+5=25cm$$

۲۰ـ د يوه مستطيل اوږدوالی د هغه د سور دوه چنده دی که په اوږدوالي او سور يې (5m) زيات شي نو محيط يې (80m) کيږي، د مستطيل اوږدوالی او سور پيدا کړي؟

حل:-

د مستطيل سور $= x$

" " اوږدوالی $= 2x$

$$2(x+5)+2(2x+5)=80$$

$$2x+10+4x+10=80$$

$$6x=80-20$$

$$6x=60$$

$$x=10$$

$\therefore$ پس د مستطيل اوږدوالی (20m) او سور يې (10m) دی.

۲۱ـ دیوې مربع دیوې ضلعې اوږدوالی (x) سانتي متره دی که دهمدې ضلعې اوږدوالی ($x+1$) سانتي متره شي مساحت ئې (17) سانتي متره مربع زیاتیږي، د مربع د ضلعې اوږدوالی پیدا کړي؟

حل:- د مربع دیوې ضلعې اوږدوالی $= x$

د مربع دیوې ضلعې اوږدوالی پس له زیاتیدو $= x+1$

$$(x+1)(x+1)-(x)(x)=17$$

$$x^2+x+x+1-x^2=17$$

$$2x=17-1$$

$$\frac{2x}{2}=\frac{16}{2}$$

$x=8$ پس د مربع دیوې ضلعې اوږدوالی ($8cm$) دی.

په اول صورت کې د مربع مساحت $= 8cm \cdot 8cm = 64cm^2$

په دوهم صورت کې د مربع مساحت $= 9cm \cdot 9cm = 81cm^2$

فرق ئې $= 81cm^2 - 64cm^2 = 17cm^2$

۲۲ـ دیوه مثلث ارتفاع د ($4cm$) په اندازه دهغه د قاعدې څخه زیات اوږدوالی لري. که په ارتفاع ئې ($2cm$) ور زیات شي مساحت ئې ($10cm^2$) زیاتیږي، د مثلث ارتفاع او قاعده معلوم کړي؟

حل:- د مثلث قاعده $= x$

ارتفاع 〃 $= x+4$

په اول حالت کې د مثلث مساحت $= x(x+4)$

〃 〃 په دوهم 〃 $= \frac{x(x+4+2)}{2}$

$$\frac{x(x+4)}{2}+10=\frac{x(x+4+2)}{2}=\frac{x(x+4)+20}{2}=\frac{x(x+6)}{2}$$

نو ← اطراف په (2) کې ضربوو:

$$x^2+4x+20=x^2+6x$$

$$x^2+4x-x^2-6x=-20$$

$$-2x=-20$$

$$\frac{-2x}{-2}=\frac{-20}{-2}$$

$$x=10$$

پس دغه موږ مثلث قاعده ($10cm$) او ارتفاع ئې ($x+4=14cm$) دی.

۲۳- په یوه بوتل کې ($60cm^3$) یا (60cc) اوبه او په بل بوتل کې (400 cc) اوبه دي که یو مساوي مقدار اوبه په دواړو کې واچول شي د لوی بوتل د اوبو اندازه د کوچني بوتل د اوبو پنځه برابره کیږي، د زیاتو شوو اوبو مقدار معلوم کړئ؟

حل :-

د لوی بوتل اوبه = 400 cc

د کوچني بوتل اوبه = 60 cc

په دوهم حالت کې د لوی بوتل اوبه = $400 + x$

" د کوچني " " " = $60 + x$

$$x+400 = 5(x+60)$$

$$x+400 = 5x+300$$

$$x-5x = 300-400$$

$$-4x = -100$$

$$\frac{-4x}{-4} = \frac{-100}{-4}$$

$x = 25$ پس (25cc) اوبه باید زیاتې شي.

۲۴- د یوې کوټې د غولي محیط چې مستطیل شکل دی (24) متره دی سور یې د (4m) په اندازه د هغه د اوږد والي څخه کوچنی دی د کوټې اوږدوالی پیدا کړئ؟

حل :-

طول $= x$

عرض $= x-4$

$$2x + 2(x-4) = 24$$

$$2x + 2x - 8 = 24$$

$$4x - 8 = 24$$

$$4x = 24+8$$

$$4x = 32$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \quad \therefore \quad x = 8$$

پس د کوټې اوږدوالی (8m) دی.

دوهمه برخه

هندسه

فهرست

مخ	عنوانونه	فصل

فصل	عنوانونه	مخ
لومړی فصل:-	دهندسې علم:	۱
	- دهندسې دعلم تاریخچه.	۱
دوهم فصل:-	هندسی اشکال، مضلعات، دایره، بیضوی او هندسی اجسام:	۷
	- هندسی اشکال.	۷
	- مضلعات.	۱۳
	- دایره.	۱۹
	- بیضوی.	۲۲
	- هندسی اجسام.	۲۳
	- دځینو هندسی اشکالو او جسمونو دمساحت فورمولونه.	۲۵
	- دنهم ټولګی دهندسې تمرینات.	۲۹
دریم فصل:-	داقلیدس اصول او قضیې:	۳۶
	- قضیه.	۳۸
	- دقضیې برخې.	۳۸
	- دقضیې ثبوت.	۳۹
	- داتم ټولګی دهندسې ځینې قضیې.	۴۰
	- دنهم ټولګی ځینې قضیې.	۴۲

مخ	عنوانونه	فصل
۴٦	دهندسی تمرینات؛	څلورم فصل:-
۴٦	- داووم ټولګی تمرینات.	
۵۵	- داتم ټولګی تمرینات .	
۷۱	- دنهم ټولګی تمرینات .	

۲۵ــ یو بڼ چه د مربع شکل لري دیوه دیوال پوا سطه چې سورئې (40cm) دی احاطه شوید ی، نو له دې شیبه د بڼ د ځمکې په مساحت کي ($84m^2$) کموالی راغلی د بڼ د ځمکې ضلع او مساحت تر احاطه کولو د مخه معلوم کړی ؟

حل :-

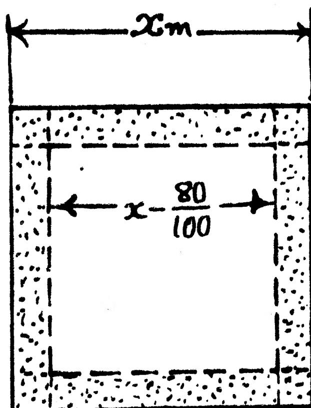
x = د باغ د ځمکې ضلع مخکې له احاطې

پس له احاطې " " " = $x - \frac{80}{100} = x - 0,8$

د باغ د ځمکې مساحت په اول حالت کي = $x \cdot x$

د باغ د ځمکې مساحت په دوهم حالت کي = $(x-0,8)(x-0,8)$

$= (x-0,8)^2$



$x \cdot x - (x-0,8)^2 = 84$

$x^2 - (x^2 - 1,6x + 0,64) = 84$

$x^2 - x^2 + 1,6x - 0,64 = 84$

$1,6x = 84 + 0,64$

$1,6x = 84,64$

$\frac{1,6x}{1,6} = \frac{84,64}{1,6} \quad \therefore x = 52,9\,m$

پس د باغ د ځمکې ضلع مخکې له احاطه کولو څخه = $x = 52,9\,m$ دی .

د باغ مساحت تر احاطه کولو د مخه = $52,9m \cdot 52,9m = 2798,41\,m^2$

" " " وروسته = $(52,9-0,8)(52,9-0,8) = 2714,41\,m^2$

امتحان :- (اولنی مساحت) ـ (دوهم مساحت) = $2798,41m^2 - 2714,41m^2$

$= 84,00\ m^2$

تمت بالخیر

لومړی فصل

دهندسي علم

دهندسي دعلم تاريخچه :

دهندسي دعلم په هکله دهغو کسانو نوموړنه چه دهندسي دعلم بنسټ ايښودونکی دی تراوسه په تاريخ کې مبهم او نامعلوم پاتې دی. عقيده داده چه داول ځل لپاره دهندسي دعلم نه (۱۳۵۰) کاله مخکي دميلا د څخه استفاده شويده او ددې علم پواسطه ئې اشکال او سطحې اندازه کولې ددې علم گټه هغه وخت په داپې ډول منځ ته راغله چه د رود نيل سيلا بونو به دهغه رود مسير ته تغير ورکاوه او ساحلي زراعتي ځمکې به ئې له منځه وړلې او وروسته د سيلابو دکښېناستو دغه ساحل حدود تعين کېده. نوځکه دهندسي علم ته مبرم ضرورت پيدا شو ترڅو دنيل د رود سرحدات تعين کړي. او د مصر داهرامونو جوړښت د رياضيا تو او هندسي د علم ارتباطات ورښانه کوي. داځکه چه ددغو اهرامونو جوړښت او اندازه گيري دومره په دقت محاسبه شوي چه اوس هم نشي کېدلای په يو لړ مستندو او دقيقو مطالعاتو سره دهغوی محاسبه او ارتباطات ممکن شي. مثلاً (۵۰۱) پيړی مخکې يو ساختمان په شکل دهرم جوړ شوی چه قاعده ئې يو مربع او د رأسونو خطو نو ارتفاع ئې زيات له سلو مترو څخه متقاربه شويده چې دا کار بې د رياضي له پوهي څخه

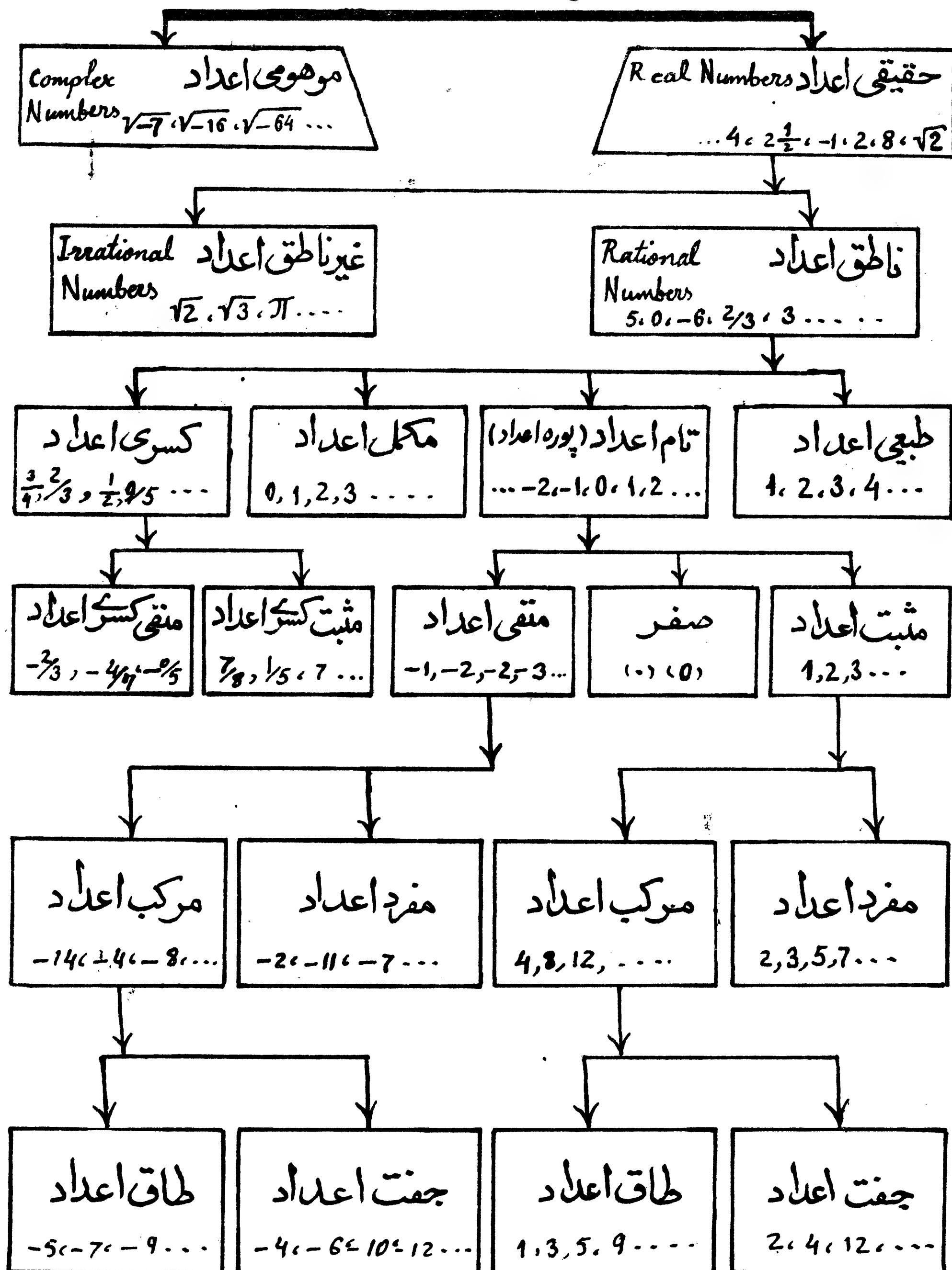
امکان نه لري. په مصر کې د هندسې څخه استفادې عملي بڼه درلوده
بابلیانو هم پخپله هلال ډوله هستوګنځۍ کې د فرات او دجلې ترمنځ لوی
تمدن منځ ته راوړ او د هندسې د اصولو سره ئې پوهه او اشنايي لرله.
که مصریانو اهرامونه جوړکړي وو، ولې بابلیانو هم داسې باغونه جوړکړي وو
چې د هغه وخت د اوه ګوني عجائبو څخه شمېرل کيږي. کله چه (٧) پېړی مخکې
د میلاد څخه د تاریخ دروازې د مصریانو او بابلیانو په مخ وتړل شوې نو
یونانیانو د علم او معرفت ډیوه په لاس کې واخستله. خو برخلاف د بابلیانو
او مصریانو په نسبت د یونانیانو ډېر هغه کسان چې د علومو له هغې جملې څخه
ئې د هندسې په علم کې ئې زحمتونه ایستلي دي د هغو نومونه تر اوسه پورې
ژوندي دي او داد دوی د تمدن د اصالت څرګندونه ده. تالس
اقلیدس او فیثاغورث ټول د علم اهل پېژني او هرڅوک چې د علومو د
مقدماتو سره بلد يږي نو ضرور د ارسطو او ارشمیدس د نظریاتو سره سر
او کار پیدا کوي. د افلاطون اکادمي چه د ریاضي د زده کړې لوی مرکز وو، د
هغه په دروازه کې داسې لیکلي وو «د چا چه هندسه نه وي زده نو ننداې
راځي» او دا د نن ورځې د لویو پوهنځیو څخه ګڼل کيږي. د څو پېړیو تاریخ کوم
چه د یونان تمدن ئې تشکیل کړیدی دا رابښيي چه د دوی پوهه د تاریخ یوه
استثنايي پدیده ده. او د نولسمې او شلمې پېړی د علومو د پرمختګ سره د
مقایسې وړ ده او په شپاړسمه او اوه لسمه میلادي پېړی کې کله چه اروپائیانو د علومو څخه کافي برخه نه لرله نو د اسلامي نړۍ علماؤ د علم طبیعي
کاروان په مخ بېوه، چه دلته د نمونې په ډول د هغوی د څو تنو علماؤ
د شاهکاریو څخه یادونه کوو:

عبدالله محمّد بن موسیٰ (خوارزمی): د اسلام د مشهورو ریاضی دانانو څخه ګڼل کیږي چې تولد ئې په دوهمه هجري پیړۍ کې شوی دی او د وفات تاریخ ئې (۲۲۵) هجري شمسي لیکل شوی دی او د مأمون او معتصم د خلافت په دوره کې مهم منجم ګڼل کېده. د ده اثار په ریاضیاتو او نجوم کې مشهور، نبوغ ئې په علم کې بې‌نظیر او علمي شهرت ئې تولې نړۍ ته خپور شوی وو. او د ده د مشهورو کتابو نو څخه (الجبر والمقابله) او (الجمع والتفریق) دي چه وروسته د ده اثار په لاتیني ژبه ترجمه او له شرق څخه غرب ته انتقال شول. او Algebre او Algorithme د ده د کتاب دالجبر و المقابله څخه تر اوسه د غرب په ریاضیاتو کې جاودانی شهرت او تاثیر لري او په نجوم کې ئې دستور و پیژندلو چه د خوارزمي جدول په نوم یادیږي تنظیم او په مقدمه کې ئې د نجوم اصول تدوین کړي دي او اصلي کتاب د ده د هند سې په برخه کې له منځه تللی دی خو صرف د نوموړي کتاب د بعضو برخو لاتیني ترجمه تر اوسه پاتې ده او مشروح اطلس چه په هغه کې د ځمکې او اسمان نقشې ترتیب کړي وي (ناللینو)، هغه په لاتیني ترجمه او په روم کې چاپ شو.

ابوریحان (البیروني): ابوریحان محمد بیروني، یو له مشهورو دانشمندانو او متفکرانو د اسلام څخه دی چه تر اوسه د هغه نبوغ او اثار د علم په مختلفو ارخونو کې په شرق او غرب کې د لوړ ارزښت څخه بهره مند دی او لوی شخصیت څخه ډیر علمي او ادبي اثار پرځای پاتې دي. او د ده اکثره اثار په عربي ژبه کې لیکل شوي دي. یو له مهمو کتابو نو څخه ئې (التفهیم) دی چه په عربي او فارسي ژبه کې لیکل شوی دی. او دا کتاب ئې په (۴۰۸) هجري کې د غزني په ښار کې تالیف کړ. او په دې کتاب کې هندسه

د درنو لوستونکو لپاره غواړو چه د اعداد دوه ولونه په خلص ډول دلاندې دیاگرام پواسطه معرفي کړو ؛

د اعدادو ډولونه



حساب، هیأت، اسطرلاب او علم د احکام او نجوم شامل دي او دغه کتاب
د دغې زماني د پر وغنی او لویو منابعو او آثارو څخه کڼل کیږي. او ده په دې
کتاب کې داسې اصطلاحات استعمال او انتخاب کړي دي چه پس له زرو کلو
اوس هم د استفادې وړ دي چه د نمونې په ډول (التفهیم) د فارسي کتاب څخه
لاندې څو شیان نقل کوو:

«هندسه چیست؟: دانستن اندازه ها و چندی یک از دیگر و
خاصیت صورتها و شکل که اندر چشم از پس آنک به تخمین و گمان بود.»

«جسم چه چیز است؟: آنچیز است که یافته نشود به بودن و قایم بودن به
تن خویش و جایگاه خویش پر کرده دارد و چیز دیگری از آنك مانند او بوده یا وی
اندر جایگاه وی بتواند بودن.»

«سطح چیست؟ جسم ناچاره بی نهایت نبود به همه سوها و نهایت او سطح است
و نیز او را بسیطه گویند.»

«خط چیست؟: اگر بسیطه را نهایت باشد آن او ناچاره خطی باشد و آن
بي عرض و به بعد یکی کمتر باشد از بعدهای سطح چنانکه بعدهای سطح یکی کمتر
باشد از بعدهای جسم.»

«نقطه چیست؟ چون خط را نهایت باشد نهایت او نقطه بود و نقطه کمتر
از خط باشد بیك بعد و خط را جز طول نیست و بدانك نقطه را نه طول و نه
عرض و نه عمق.»

«سطح راست کوتاترین سطح اندر میان دو خط که نهایت او اند و خط راست
کوتاترین خط است میان دو نقطه که نهایت اوینند.»

ابوریحان بیروني له (۳۵۱) څخه تر (۴۲۷) هجري د غزني په ښار کې اوسېده.

عمرخیام: یو مشهور ریاضیدان، منجم، فیلسوف او شاعر وو د ده نوم (غیاث الدین ابوالفتح عمر) ثبت کړیدی او په ۴۳۹ هـ کې په نیشاپور کې زیږیدلی دی خیام د هغه تسلط له مخې چه په فلسفه، نجوم او ریاضیاتو کې درلود د اسلامي نړۍ د مشهورو حکماوو څخه ګڼل کیږي او د ده تحقیقات د نجوم، الجبر او مقابلې په برخه کې د توجه وړ دي. چه په هره برخه کې یوه رساله لیکلې او د لوړ نبوغ په آثارو باندې ئې نوی شیان وړ زیات کړیدي. ده په هندسه کې د الجبري معادلاتو څخه استفاده کوله او د دریمې درجې معادلاتو په حل کې د مخروطي مقطع څخه استفاده کړیده چه دا په تحلیلي هندسه کې د ابتکار لوی ګام ګڼل کیږي. همدغه ابتکار وو چه (۴۰۰) کاله وروسته د هغه د اصولو په تدوین اقدام وشوه او د ده د نورو کوښښونو څخه د مثلثاتي نسبتو، قوسونو او زاویو په برخه کې تحقیقات وو. او ده له هغو څخه د هندسې د مسایلو په حل کې استفاده کوله. هغه مقالې چه د عمرخیام څخه پاتې دي د ده پام ګڼو اعدادو ته وو چه دا ارزښتناکه اثار و څخه ګڼل کیږي. او د ده توجه ډکو یا او ګڼو اعدادو په برخه کې په هغه پیشرفتونو کې شامل دي چه د اعدادو د سیستمونو په مقدماتو کې د داسې نسبتو څخه ګڼل کیږي حال دا چه تراوسه (۱۰) پیړۍ تیرې شوې نو تراوسه دا اعدادو سیستم په هم هغه شکل پاتې دي.

لکه څرنګه چه د هندسې د علم د لرغونتوب او تاریخ په هکله مو څرنګه مختصر معلومات او څیړنې وړاندې کړې نو ښه به داوي چه د دې علم د تعریف په هکله هم یادونه وکړو.

دهندسې د علم تعریف: په ریاضیکي توګه د نقطو، کرښو، زاویو سطحو او جسمونو د خواصو او ارتباطاتو او اندازه ګیرۍ مطالعې ته د هندسې

علم وايي. او هندسه ډيرې څانګې لري چه مشهورې يې مسطحه هندسه فضايي هندسه، تحليلي هندسه او مثلثات دي.

په پوره تر ډول د هندسې د علم تاريخچه، تعريف او د اسلامي نړۍ د علماوو د شاهکاريو څخه لسنده ياد ونه وشوه نو په هغې ارتباط غواړو په راتلونکي فصل کې د درنو لوستونکو لپاره د هندسې اشکالو او جسمونو د تعريفاتو او ځينې مشهورو فورمولونو ته کتنه وکړو.

دوهم فصل

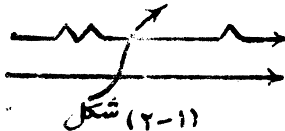
هندسي اشکال، مضلعات دایره، بیضوي او هندسي اجسام

چه په لاندې ډول پوره تنی موضوعات هر یو په ترتیب سره څیړو:

هندسي اشکال

نقطه: نقطه هغه شکل دی چه ابعادئ د لید وړ نکی له نظره دا ندل زه کیږي وړ نه وی. د نقطې شکل (.)

خط: د هغو نقاطو سیټ چه د دوو ټیټي نقطو په منځ کې پرتې وي خط بلل کیږي. یا په بل عبارت خط د هغو نقاطو سیټ دی چه د یوې نقطې له حرکت څخه لاسته راځي.



یا د نقطې د حرکت مسیر ته خط وایي.

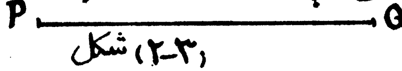
مستقیم خط: د دوو نقطو ترمنځ لنډې فاصلې ته مستقیم خط وائي.



لکه په (۲-۲) شکل کې د $\overline{AB}$ مستقیم خط

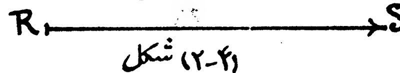
مستقیم قطعه خط: هغه مستقیم خط چه او بړ د والی ئې معین او له د واړو خواوو څخه محدود وی هغه ته مستقیم قطعه خط

والی. لکه په (۲-۳) شکل کې د ($\overline{PQ}$) قطعه خط.



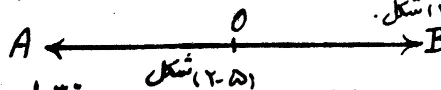
(۲-۳) شکل

نیم خط: هغه مستقیم خط دی چه د نقطې د یو طرفه حرکت څخه په لاس راځي او یا هغه اوږد والی دی چه د یو طرف څخه محدود او له بل طرف څخه نا محدود وی لکه (۲-۴) شکل.



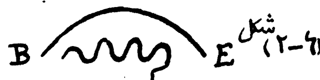
(۲-۴) شکل

نامحدود خط: هغه مستقیم خط دی چه د یوې نقطې د دووطرفه حرکت څخه منځ ته راځي. لکه (۲-۵) شکل.



(۲-۵) شکل

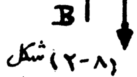
منحني خط: منحني کرښه هغه اوږد والی چه هرې نقطې د حرکت مسیر ئې بدلیدونکی وی. لکه: (۲-۶) شکل.



(۲-۶) شکل

منکسر خط: هغه خط دی چه د څو قطعه خطونو څخه په څوکه یو ځای کېدو څخه چه د مستقیم خط په امتداد نه وی په لاس راځی لکه (۲-۷) شکل.


(۲-۷) شکل



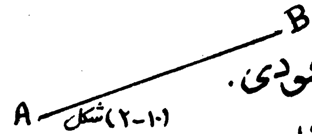
(۲-۸) شکل

عمود (قایم) خط: هغه خط دی چه د شاقول د تار په امتداد وی لکه (۲-۸) شکل.

افقی خط: هغه خط دی چه د ولاړو اوبو د سطحې په امتداد وی لکه (۲-۹) شکل.



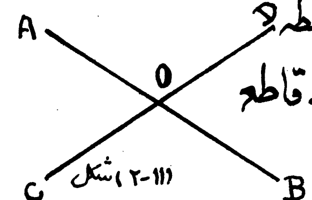
(۲-۹) شکل



(۲-۱۰) شکل

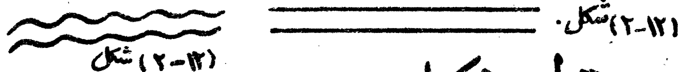
مائل خط: هغه خط دی چه نه افقی وی نه عمودی. لکه: (۲-۱۰) شکل.

قاطع خطونه: هغه خطونه چه یوه شریکه نقطه ولری او د دوی امتداد یافته په عین خط واقع نه شی د قاطع خطو په نوم یادیږی. لکه (۲-۱۱) شکل.



(۲-۱۱) شکل

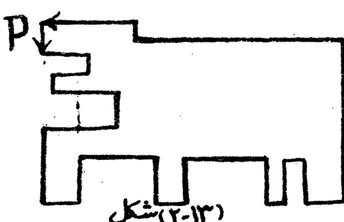
موازی خطونه: هغه خطونه دی چه په یوه سطحه کې واقع او هیڅ سره یوه نقطه ونه لری او د دوی امتداد یافته یو بل سره قطع نه کړی. لکه:



(۱۲-۲) شکل.

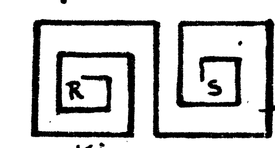
(۱۲-۲) شکل

ترلی شکلونه: یو شکل ته هغه وخت ترلی شکلونه ویل کیږی چه د یو پنسل یوه څوکه د هغه پر مخ کیږدو او حرکت ورکړو بې له دې چه د شکل څخه خارج شو بیرته هغې نقطې د حرکت ته ورسیږو. لکه (۱۳-۲) شکل.



(۱۳-۲) شکل

خلاص شکلونه: هغه وخت ورته خلاص شکل وایې چه که د یو پنسل څوکه د هغه پر مخ کیږدو او حرکت ورکړو په پای کې بیله دې چه له شکل څخه خارج شو هغې د حرکت نقطې ته ونه رسیږو. لکه (۱۴-۲) شکل.



(۱۴-۲) شکل

د ترلی شکل داخلی ساحه: د ټولو هغو نقطو د سیټ څخه عبارت دی چه د ترلی شکل په منځ کې پرتې وی لکه (۱۵-۲) شکل.

داخلی ساحه

(۱۵-۲) شکل

خارجی ساحه

د ترلی شکل خارجی ساحه: د ټولو هغو نقطو څخه عبارت دی چه د ترلی شکل څخه بهر پرتې وی. لکه (۱۵-۲) شکل.

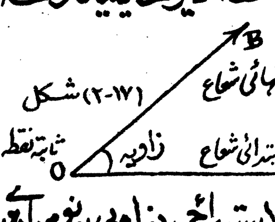
ناحیه او حدود: د هغو نقطو سیټ چه په ترلی شکل او د هغه په منځ کې پرتې وی د هغه شکل د ناحیې په نوم یادیږی.

یا په بل عبارت د شکل داخلی ساحه + حدود = ناحیه. لکه (۱۶-۲) شکل.

داخلی ساحه — حد

(۱۶-۲) شکل

زاویه: زاویه هغه شکل دی چه د دوو شعاعو (نیم خط) د یو ځای کیدو څخه چه سره یو مبدأ ولری منځ ته راغلی وی.



یا په بل عبارت که چیری یوه خطی شعاع د یوې ثابتې نقطې په شاوخوا حرکت وکړی هغه کنج چه د ابتدائی او نهائی شعاع ترمنځ لاسته راځي د زاوېې په نوم یادیږي. لکه چې په (۱۷-۲) شکل کې واضح شوی دی.

د زاويې رأس: د هغو دوه نيمو خطو مبدأ ته چه زاويه يې ديو ځای کيږي و څخه لاسته راځي د زاويې رأس ورته وايي. لکه په (۱۸-۲) شکل کې د Q مبدأ.

(۱۸-۲) شکل

د زاويې اضلاع: هغه دوه نيم خطونه چه زاويه يې جوړه کړې وي د زاويې د اضلاعو په نوم يادېږي. لکه په (۱۸-۲) شکل کې $\overline{PQ}$ او $\overline{RQ}$

مساوي زاويې: دوو زاويو ته هغه وخت مساوي زاويې وايي چه د هغوی پراخوالی د عين قياسي واحد په اساس يو برابر وي لکه (۱۹-۲) او (۲۰-۲) شکلونه.

(۱۹-۲) شکل

(۲۰-۲) شکل

مستقيمه زاويه: که چېرې ديوې زاويې ضلعې ديو مستقيم خط په امتداد وي د مستقيمې زاويې په نوم يادېږي او (۱۸۰°) وي لکه په (۲۱-۲) شکل کې د $A\hat{O}B$ زاويه.

(۲۱-۲) شکل

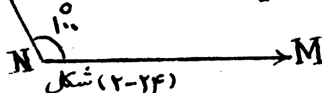
قايمه زاويه: که د دوو شعاعو (نيم خطونه) د مبدأ ديو ځای کيدو څخه داسې شکل يا زاويه جوړه کړي چه پراخوالی يې ديو مکمل دوران $\frac{1}{4}$ برخه وي او اضلاع يې يو پر بل عمود وي دي، د ول زاويې ته قايمه زاويه وايي.

(۲۲-۲) شکل

حاده زاويه: هغه زاويه ده چه پراخوالی يې د (۹۰°) څخه کم وي لکه په (۲۳-۲) شکل کې د $T\hat{S}R$ زاويه.

(۲۳-۲) شکل

منفرجه زاويه: هغه زاويه ده چه پراخوالی يې د (۹۰°) څخه زيات وي لکه په (۲۴-۲) شکل کې د $Q\hat{N}M$ زاويه.



(۲۴-۲) شکل

مکمله زاوېي :- دوې زاويې چه

چه شريکه ضلعه ونه لري او مجموعه يې (۹۰) وي د مکمله زاوېي په نوم يادېږي لکه د (۲۵-۲) شکل زاويې.

(۲۵-۲) شکل

متممي زاوېي :- هغه دوې زاويې چه مشترکه ضلعه ونه لري

او مجموعه يې (۱۸۰) وي د متممي زاويو په نوم يادېږي. لکه د (۲۶-۲) شکل زاويې.

(۲۶-۲) شکل

مجاورې زاوېي :- هغه دوې زاويې دي چه مشترکه ضلع او مشترک

رأس ولري او د مشترکې ضلعې دواړه خواؤته واقع وي مجاورې زاويې بلل کېږي لکه په (۲۷-۲) شکل کې د $A\hat{O}C$ او $C\hat{O}B$ مجاورې زاويې.

(۲۷-۲) شکل

مکملې مجاورې زاوېي :- هغه دوی مجاورې زاويې دي چه د

پراخوالی مجموعه ئې (۹۰) وي لکه په (۲۸-۲) شکل کې د $[A\hat{O}B + B\hat{O}C = 90°]$.

(۲۸-۲) شکل

متممې مجاورې زاوېي :- هغه دوی مجاورې زاويې دي چه

د پراخوالی مجموعه يې (۱۸۰) وي لکه په (۲۹-۲) شکل کې چه $(A\hat{O}B + B\hat{O}C = 180°)$ دی.

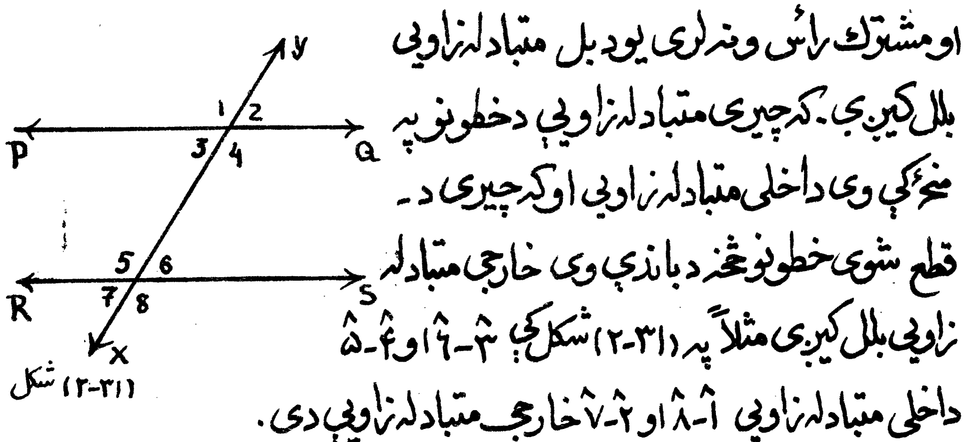
(۲۹-۲) شکل

متقابل برأس زاوېي :- هغه دوې زاويې دي چه مشترک رأس

ولري او د هرې يوې ضلعې د بلې د ضلعو په امتداد پرتې وي لکه په (۳۰-۲) شکل کې د $\overline{MN}$ او $\overline{PQ}$ خطونه د O په نقطه کې قطع او متقابل برأس زاويې ئې جوړې کړېدی.

(۳۰-۲) شکل

متبادلې زاويې:- هغه دوې داخلي يا دوې خارجي زاويې چې يوه ئې په يو طرف د قاطع خط او بله ئې په بل طرف د قاطع خط واقع وي



(۲-۳۱) شکل

او مشترک رأس ونه لري يو د بل متبادله زاويې بلل کيږي. که چيرې متبادله زاويې د خطونو په منځ کې وي داخلي متبادله زاويې او که چيرې د قطع شوي خطونو څخه د باندې وي خارجي متبادله زاويې بلل کيږي مثلاً په (۲-۳۱) شکل کې $\hat{3}$-$\hat{6}$ او $\hat{4}$-$\hat{5}$ داخلي متبادله زاويې $\hat{1}$-$\hat{8}$ او $\hat{2}$-$\hat{7}$ خارجي متبادله زاويې دي.

متوافقه زاويې:- هغه دوې زاويې چې دواړه ئې د قاطع خط يوې خواته پرتې وي او يوه ئې داخلي او بله ئې خارجي وي او مشترک رأس ونه لري متوافقه زاويې بلل کيږي لکه په (۲-۳۱) شکل کې $\hat{2}$-$\hat{6}$ او $\hat{4}$، $\hat{8}$ او همدارنګه $\hat{1}$، $\hat{5}$ او $\hat{3}$، $\hat{7}$.

سطح:- د شيانو څخه چه داوږ د والى او سور (دوه بعد ونه) ولري او په سترګو يې وليدلاى شو په لاس مسح شي سطح بلل کيږي لکه د د يوال مخ، د کاغذ مخ ...

مستوي سطح:- که چيرې يو مستقيم خط د يوې سطحې د دوو کيفي نقطو څخه تير او کاملاً په نوموړې سطحه منطبق شي مستوي سطح بلل کيږي.

منحني سطح:- هغه سطح ده چه که چيرې د خط کش يوه څنډه وړ باندې منطبق شي د منحني سطحې په نوم يادېږي لکه د کرې د باندني سطحه او که چيرې د خط کش دوه نقطې وړ باندې منطبق شي د مقعرې منحني سطحې په نوم يادېږي لکه د کرې داخلي سطحه.

قايمه سطح:- هغه سطح ده چه د شاملو کرښو څخه ئې کم تر کمه يوه کرښه دافق سره قايمه وي.

مائله سطح: هغه سطح ده چه زاویه ئې د افق سره خلاف وي (یعني د افق سره صفر درجه او ۹۰ زاویه جوړه نکړي.)

افقي سطح: هغه نخ یا سطح چه د اوبو د سطح په امتداد وي افقي سطح ورته وایي.

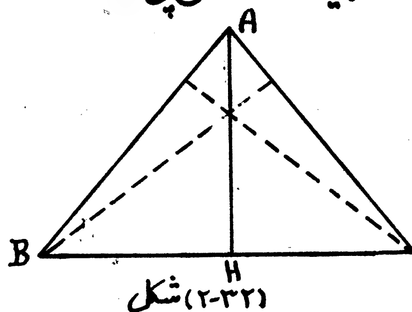
هندسي محل: د یوې نقطې د موقعیتونو له مجموعې څخه عبارت دی چه تر یو شرط او یا خاص شرایطو لاندې ئې نقطه د حرکت په وخت کې اختیاروي.

فضاء: یوه ساحه یا دری بعدي مکان دی چه په هغه کې ټول اجسام موجود او حرکت کوي او یا په بل عبارت د نقاطو لایتناهي مجموعې ته فضا وایي.

مضلعات

مضلع: هغه تړلې شکل دی چه د څو مستقیمو قطعه خطو په واسطه احاطه شوی وي. لکه: مثلث، مربع، پنځه ضلعي او نور.

مثلث: هغه تړلې شکل دی چه د دریو قطعه خطو په واسطه احاطه شوی وي. لکه: (۲-۳۲) شکل.



(۲-۳۲) شکل

د مثلث قاعده: د مثلث د هر راس مقابلې ضلعې ته د مثلث قاعده وایي. یا د مثلث لاندې ضلعې ته د مثلث قاعده وایي لکه: (۲-۳۲) شکل کې $\overline{BC}$ خط د نوموړي مثلث قاعده ده. (هر مثلث درې قاعدې لري).

د مثلث ارتفاع: هغه خط چه د مثلث د راس څخه پر قاعده عمود رسم شي د مثلث ارتفاع بلل کیږي لکه: په (۲-۳۲) شکل کې د $\overline{AH}$ خط. او هر مثلث درې ارتفاعې لري چه د حاده زاویه مثلث ارتفاعې د مثلث په داخل کې تقاطع کوي. لکه: (۲-۳۲) شکل.

دوهم فصل

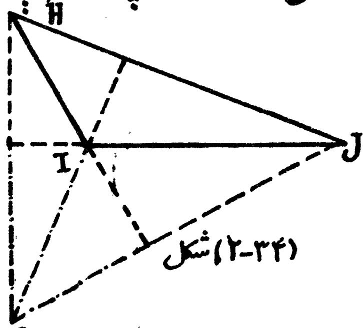
دست نظریه او اهمیت

څرنګه چه د ادب په علم کې داسې کلمات لکه: ټولګی، قطار، ګروپ، رمه، سېل، ګڼه ګوڼه، کوربنې او داسې نور په کار وړل کیږي او دا هغه کلمات دي چه په یوه ټولنه کې د شیانو د لالت کوي. مګر د ریاضي په علم کې د داسې ټولو کلماتو په عوض یوه واحده اصطلاح په کار وړل کیږي چه هغه ته سټ وائي. او سټ (Set) د منج (Menge) د کلمې ترجمه ده او Menge د لومړي ځل لپاره په ۱۸۵۸م کال کې دیوه ریاضي پوه (DEDE KIND) له خوا په کار وړل شوې او بیا وروسته په ۱۸۹۵م کال دیو بل ریاضي پوه (CANTOR) له خوا تعریف شویده.

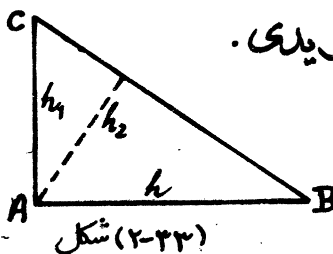
په نویو او عالي ریاضیاتو کې او دهغو په مختلفو څانګو کې د سټ بحث یو اساسي او بنیادي مفهوم دي. د ریاضي د مفاهیمو ټول اساسي تعریفات د سټ set د نظریې په بنسټ ولاړ دي. د سټ د نظریې سره اشنا کیدل د ریاضي د هر بنوونکي په تیره بیا د هغه چا لپاره چه په عالي ریاضیاتو، او دهغوی په تطبیق پوهیدل او پرمختګ غواړي لو دسټ زده کړه ډیره ضروري او لازمي ښکې بلل کیږي. ښکاره خبره ده چه دسټ تیوري ځانته یو لوی بحث دی خو دلته موږ غواړو چه دهغه یوازې څو اساسي مفاهیم او تعریفات په لنډه او مختصره توګه تشریح او توضیح کړو.

د قایم الزاویه مثلث ارتفاعات د مثلث په قایم رأس کې تقاطع کوي (۲-۳۳ شکل).

او د منفرج الزاویه مثلث د ارتفاعاتو امتداد د مثلث څخه د باندې تقاطع کوي لکه: (۲-۳۴) شکل کې چه د منفرج الزاویه مثلث د ارتفاعاتو امتداد د (O) په نقطه کې سره قطع شوي دي.

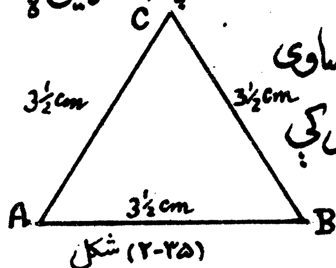


(۲-۳۴) شکل



(۲-۳۳) شکل

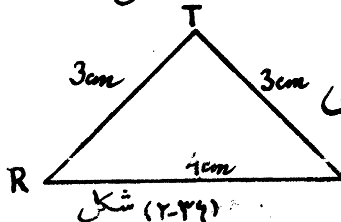
متساوي الاضلاع مثلث: هغه مثلث دی چه د دريواړه ضلعو اوږدوالی ئې سره مساوي اندازې ولري او په مساوي قیاسي واحد اندازه شوي وي. لکه: په (۲-۳۵) شکل کې چه $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$ سره دي.



(۲-۳۵) شکل

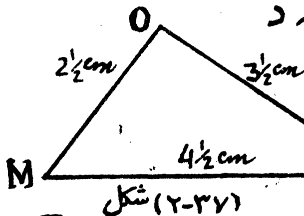
متساوي الساقين مثلث:

هغه مثلث دی چه دوه ضلعې ئې مساوي اوږدوالی ولري. لکه: په (۲-۳۶) شکل کې د $\overline{TR} = \overline{TS}$ سره.



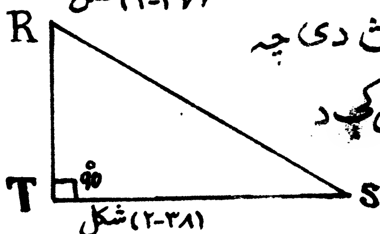
(۲-۳۶) شکل

مختلف الاضلاع مثلث: هغه مثلث دی چه د دريواړو ضلعو اوږدوالی ئې یو د بل سره فرق ولري. (مساوي نه وي) لکه: د (۲-۳۷) شکل مثلث.



(۲-۳۷) شکل

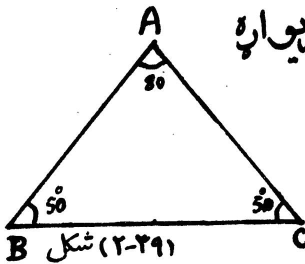
قایمه الزاویه مثلث: هغه مثلث دی چه یوه زاویه ئې قایمه وي. لکه: په (۲-۳۸) شکل کې د ($\hat{RTS} = 90°$) یا قایمه ده.



(۲-۳۸) شکل

حاده زاویه مثلث: هغه مثلث دی چه د دريواړه زاويې ئې

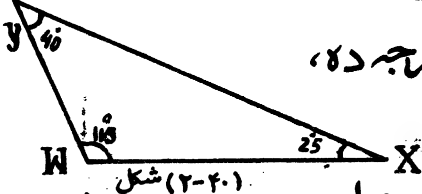
حادې وي لکه په (۲-۳۹) شکل کې د $A\hat{B}C$ مثلث درې واړه زاويې ئې حاده دي.



(۲-۳۹) شکل

منفرج الزاويه مثلث: هغه مثلث دی

چې يوه زاويه ئې منفرجه او دوې نورې ئې حاده وي لکه: په (۲-۴۰) شکل کې د $Y\hat{W}X$ منفرجه ده، نوځکه منفرج الزاويه مثلث ئې بولي.

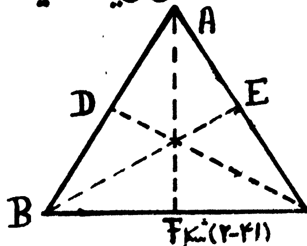


(۲-۴۰) شکل

د مثلث ناصف الزاويه: هغه خط چه د مثلث زاويه تنصيف

کړي د نوموړي مثلث ناصف الزاويه بلل کيږي.

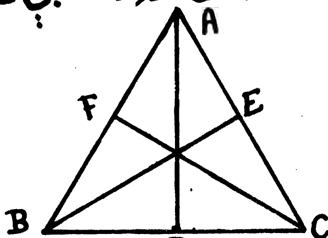
هر مثلث درې ناصف الزاويه لري چه په يوه نقطه کې تقاطع کوي. لکه: په (۲-۴۱) شکل کې



(۲-۴۱) شکل

د $A\hat{B}C$ کې د $\overline{CD}$ د $\hat{C}$ ناصف الزاويه دي. او $\overline{BE}$ د $\hat{B}$ ناصف او $\overline{AF}$ د $\hat{A}$ ناصف دي.

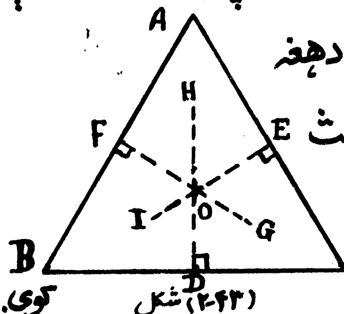
د مثلث ميانه: هغه خط دی چه د مثلث د راس څخه د مقابلې ضلعې



(۲-۴۲) شکل

په تنصيف باندې رسم کيږي په هر مثلث کې درې مياني وجود لري او په يوه نقطه کې متقاطع وي. لکه: په (۲-۴۲) شکل کې $\overline{CF}$، $\overline{BE}$ او $\overline{AD}$ مياني دي.

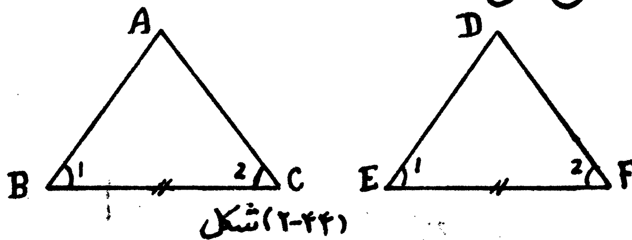
د مثلث عمودي ناصف: هغه خط دی چه د مثلث د ضلعې



(۲-۴۳) شکل

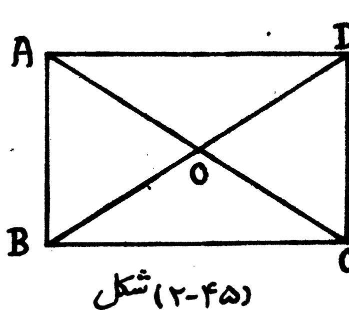
د تنصيف په نقطه کې په نوموړې ضلعې عمود وي د هغه ضلعې د عمودي ناصف په نوم ياديږي. په هر مثلث کې درې عمودي ناصفونه رسمېدلای شي. لکه: په (۲-۴۳) شکل کې $\overline{DH}$ او $\overline{FG}$، $\overline{EI}$ عمودي ناصفونه دي او د هر مثلث عمودي ناصفونه په يوه نقطه (په داخل) د مثلث کې قطع کوي.

د دوو مثلثو انطباق پذیری: دوه مثلثونه هغه وخت کې انطباق منونکي دي چه که یو مثلث په بل مثلث باندې کېښودو یو پر بل باندې منطبق شي. لکه: د (۲-۴۴) شکلو مثلثونه.



(۲-۴۴) شکل

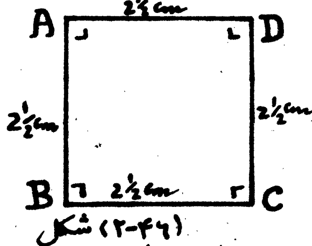
څلور ضلعي: یو شکل چه د څلورو قطعه خطونو په واسطه احاطه شوی وي د څلور ضلعي په نوم یادیږي لکه د ABCD شکل.



(۲-۴۵) شکل

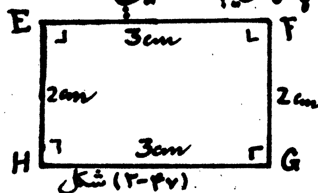
د څلور ضلعي قطرونه: هغه خطونه چه د څلور ضلعي دوه مقابل رأسونه سره وصل کړي د څلور ضلعي د قطرونو په نوم یادیږي. لکه: په (۲-۴۵) شکل کې د $\overline{AC}$ او $\overline{BD}$ خطونه د څلور ضلعي قطرونه دي.

د څلور ضلعي اقسام: مربع - مستطیل - معین - شبه معین ذوذنقه - منحرف - شبه منحرف چه د هر یوه تعریف او شکل په لاندې ډول په واضح شي.



(۲-۴۶) شکل

مربع: هغه څلور ضلعي ته وايي چه د دوو مجاورو ضلعو اوږدوالی يې سره مساوي او زاويې يې قايمې وي. لکه په (۲-۴۶) شکل کې $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{AD}$ او څلور واړه زاويې يې قايمې دي.

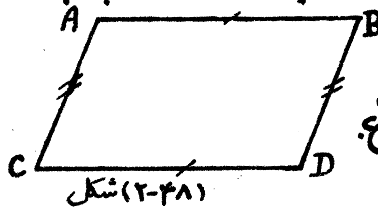


(۲-۴۷) شکل

مستطیل: هغه څلور ضلعي شکل دی چه زاويې قايمې او مقابلې ضلعې يې دوه په دوه سره مساوي او موازي وي.

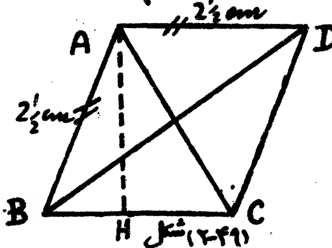
متوازی الاضلاع: هغه څلور ضلعی چه مقابلې ضلعې يې سره موازی وی متوازی الاضلاع بلل کیږی.

لکه: په (۲-۴۸) شکل کې ABCD متوازی اضلاع.



(۲-۴۸) شکل

معین یالوزی: هغه څلور ضلعی متوازی الاضلاع شکل دی چه د هرې جوړې مجاورو ضلعو اوږدوالی یې سره مساوی وی او زاویې یې قایمې نه وی. لکه: په (۲-۴۹) شکل کې.

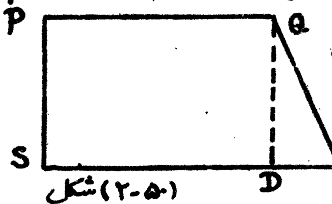


(۲-۴۹) شکل

$\overline{AH}$ دلوزی ارتفاع
$\overline{AC}$ دلوزی کوچنی قطر
$\overline{BD}$ لوی
$\overline{AD} = \overline{AB} = 2\frac{1}{2}$ cm

ذوذنقه: هغه څلور ضلعی ده چه یوازې او یوازې دوه ضلعې یې سره موازی وی لکه: په (۲-۵۰) شکل کې PQRS.

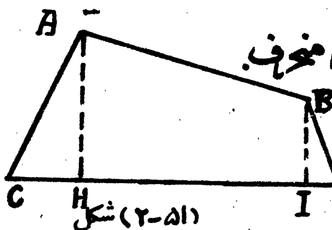
$\overline{PQ} // \overline{SR}$ ، $\overline{QD}$ ارتفاع



(۲-۵۰) شکل

منحرف: هغه څلور ضلعی چه ضلعې یې سره موازی نه وی. لکه په (۲-۵۱) شکل کې د ACDB منحرف.

$\overline{BI}$ ارتفاع $\overline{AH}$ ارتفاع

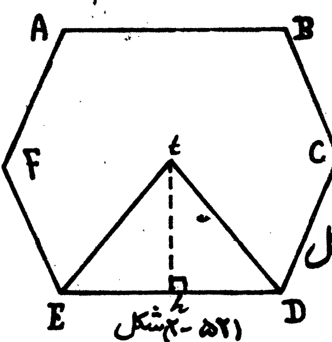


(۲-۵۱) شکل

کثیر الاضلاع: هغه شکل دی چه د څو مستقیمو قطعه خطونو په واسطه احاطه شوی وی یا په بل عبارت: هغه شکل دی چه د څلورو خطو څخه زیاتو خطو په واسطه احاطه شوی وی.

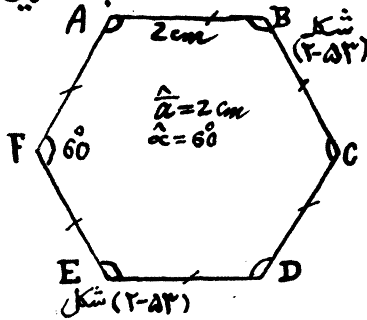
لکه: د ABCDEF کثیر الاضلاع چه په (۲-۵۲) شکل کې ښودل شویدی.

$\overline{\text{ع}h}$ ارتفاع

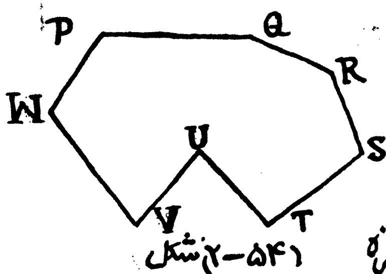


(۲-۵۲) شکل

منظم کثیرالاضلاع یو کثیرالاضلاع ته چیري ویل کیږي چې د هغه ضلعي او زاویې سره مساوي وي نو منظم کثیرالاضلاع ورته وایي. شکل (۲-۵۳)



غیر منظم کثیرالاضلاع یو کثیرالاضلاع ته چیري د کثیرالاضلاع ضلعي او زاویې سره مساوي نه وي نو غیر منظم کثیرالاضلاع ورته وایي. لکه: PQRSTUVW کثیرالاضلاع په (۲-۵۴) شکل کې.



دیوې کثیرالاضلاع د داخلي زاویو اندازه:-

دیوې کثیرالاضلاع د داخلي زاویو اندازه عبارت دی له: د محیط د اضلاعو د مجموعې حاصل ضرب په دوو، منفي څلور، ضرب قایمې. که د داخلي زاویو اندازه په S، د اضلاعو تعداد د په n وښیو نو داسې لیکو: $S=(2.n-4)90^\circ$ یا

$(n-2)180^\circ =$ د کثیرالاضلاع داخلي زاویې

دیوې مضلع د خارجي زاویو اندازه:-

دیوې مضلع د خارجي زاویو اندازه 360° دی ځکه که دیو مضلع د اضلاعو سره له یوې نقطې موازي ضلعي رسم کړو و په همدغې نقطې $\hat{360}$ مختلف راځي. یا په بل عبارت د اضلاعو تعداد د منفي د اضلاعو د تعداد جمع د دوه ضرب د 180°.

$(n-n+2)180^\circ =$ د خارجي زاویو اندازه

د کثیرالاضلاع مساحت

د کثیرالاضلاع مساحت عبارت دی له: د کثیرالاضلاع د محیط مجموعه تقسیم په دوو.

ضرب پهٔ ارتفاع. که مساحت په A او ارتفاع په h سره وښیولیکو:

مساحت د کثیر الاضلاع = مجموعه د اضلاعو × h ÷ ۲

یا A = د ضلعو مجموعه . h ÷ ۲

یادونه: د غیر منظم کثیر الاضلاع مساحت په نوموړي فورمول نشي محاسبه کیدلای، لومړی باید کثیر الاضلاع په مثلثو تقسیم، د هر مثلث مساحت معلوم او بیا مجموعه شي، چه مجموعه یې د کثیر الاضلاع مساحت ښیي.

دایره

تعریف:- دایره هغه سطحه ده چه د یو تړلي شوي منحني خط پواسطه احاطه شوې وي د نوموړي منحني د ټولو نقطو فاصله د یوې ثابتې نقطې څخه په یوه فاصله واقع وي. نوموړې ثابتې نقطې ته د دایرې مرکز وایي.

د دایرې شعاع:- هغه خط چه د دایرې مرکز د هغې له محیط سره ونښلوي او همیشه د r یا R پواسطه ښیو.

د دایرې محیط:- هغه تړلی شوی منحني چه د ټولو نقطو فاصله یې د دایرې د مرکز سره ثابته وي د دایرې محیط دی.

د دایرې قطر:- هغه خط چه د دایرې د مرکز څخه تیر او د دایرې د محیط دوې نقطې سره ونښلوي د دایرې قطر بلل کیږي.

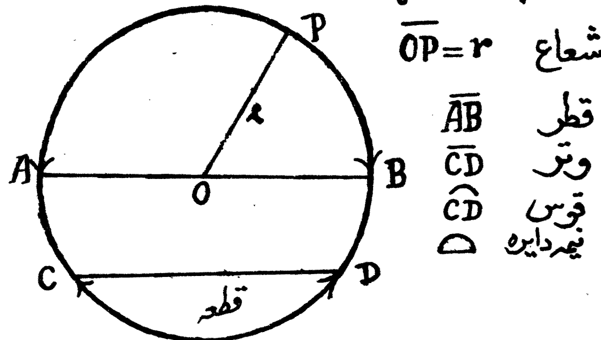
د دایرې وتر:- هغه خط چه د دایرې د محیط دوې نقطې سره وصل کوي د دایرې وتر بلل کیږي. لکه په (۲-۵۵) شکل کې د $\overline{CD}$ خط.

د دايرې قوس: د دايرې د محيط يوه برخه ده.

د دايرې قطعه: هغه برخه د دايرې چه د وتر پواسطه له دايرې څخه جدا شوې وي د دايرې د قطعې په نوم ياديږي. (۲-۵۵) شکل

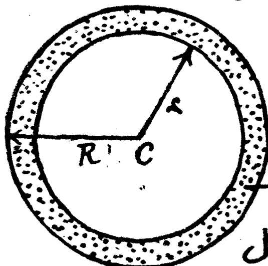
نيمه دايره: د دايرې نيمايي هغه برخه ده چه د قطر پواسطه له دايرې څخه جلا کيږي. (۲-۵۵) شکل.

د دايرې قطاع: يوه برخه د دايرې چه د دوو شعاعګانو او مقابل قوس پواسطه احاطه شوې وي د دايرې قطاع بلل کيږي لکه: (۲-۵۵) شکل کې نوموړې تعريفات روښانه شويدي.



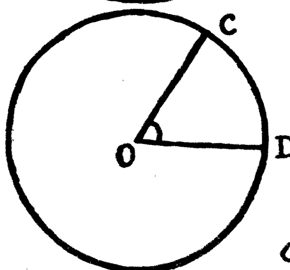
(۲-۵۵) شکل

د دايرې اکليل: که چيرې دوه متحد المرکز دايرې د مختلفو شعاعو په لرلو سره ولرو د لوېې دايرې اضافي برخې ته د دايرې اکليل (کړۍ) ويل کيږي. لکه: (۲-۵۶) شکل

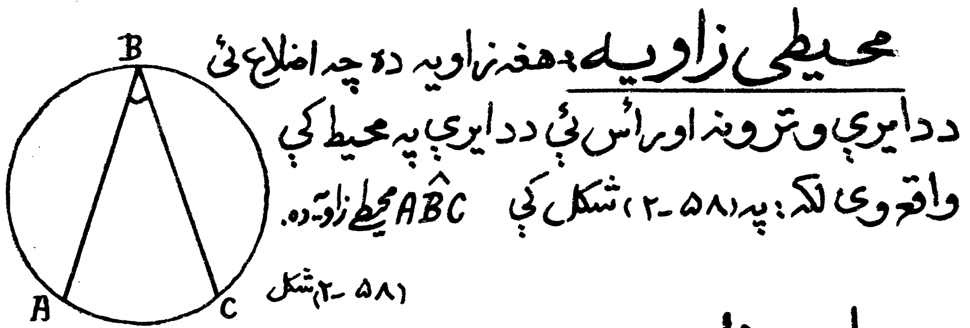


(۲-۵۶) شکل

مرکزي زاويه: هغه زاويه ده چه اضلاع ئې د دايرې شعاع او راس ئې د دايرې مرکز وي. لکه په (۲-۵۷) شکل کې د ($C\hat{O}D$) مرکزي زاويه.



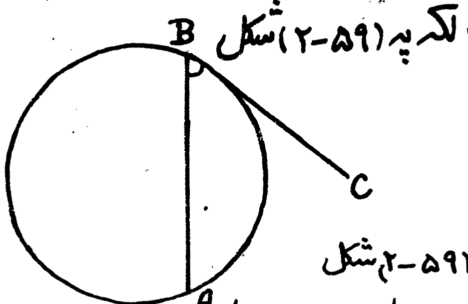
(۲-۵۷) شکل



محیطي زاویه: هغه زاویه ده چه اضلاع ئې د دایرې وترونه او راس ئې د دایرې په محیط کې واقع وي لکه: په (۲-۵۸) شکل کې $A\hat{B}C$ محیطي زاویه ده.

(۲-۵۸) شکل

مماسي زاویه: هغه زاویه ده چه یوه ضلعه ئې د دایرې وتر او بله ضلعه ئې د دایرې مماس وي لکه په (۲-۵۹) شکل کې د ($A\hat{B}C$) مماسي زاویه ده.

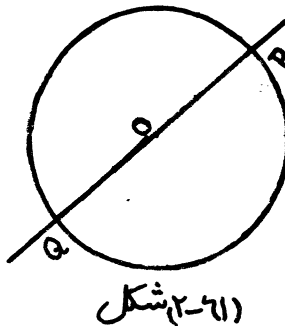


(۲-۵۹) شکل

مماس: هغه خط دی چه د دایرې د محیط سره کم تر کمه فقط یوه مشترکه نقطه ولري او مشترکې نقطې ته د تماس نقطه وایي. لکه: په (۲-۶۰) شکل کې د ($\overline{AB}$) مماس دی.

(۲-۶۰) شکل

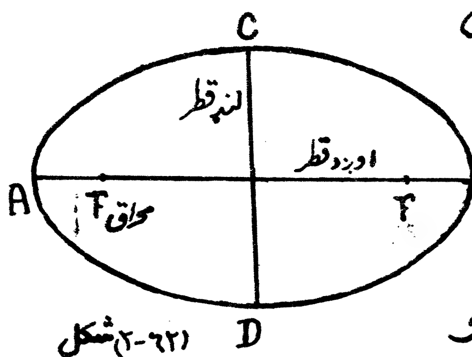
قاطع: هغه مستقیم خط دی چه د دایرې د محیط سره کم تر کمه دوې مشترکې نقطې ولري د قاطع په نوم یادیږي. لکه: په (۲-۶۱) شکل کې د $\overline{PQ}$.



(۲-۶۱) شکل

بیضوی

تعریف: بیضوی هغه سطحه ده چه د یو ترلی منحنی خط پواسطه احاطه شوی وی. د نوموړی منحنی د ټولو نقاطو هندسی محل چه فواصلو مجموعه ئی د دوو ثابتو نقطو څخه په مساوی اندازه وی د بیضوی څخه عبارت دی. او دا ثابتې نقطې د بیضوی د محراقونو په نوم یادیږی.



لکه: (۶۲-۲) شکل کې نوموړی ترلی منحنی خط د بیضوی محیط، او دوو ثابتو نقطو ته د بیضوی محراقونه وایی.

د بیضوی اوږد قطر: هغه مستقیم خط دی چه د محیط څخه شروع او د واړو محراقونو څخه تیر شی او د محیط دوې نقطې سره وصل کړی د بیضوی اوږد قطر بلل کیږی. لکه: په (۶۲-۲) شکل کې $\overline{AB}$ د بیضوی اوږد قطر دی.

د بیضوی لنډ قطر: هغه قطعه خط چه د اوږد قطر د تنصیف په نقطه کې عمود او د محیط دوې نقطې سره وصل کړی د اقصر یا لنډ قطر په نوم یادیږی. لکه: په (۶۲-۲) شکل کې د $\overline{CD}$ د بیضوی لنډ قطر را ښیی.



هندسي اجسام

جسم: هر هغه شي چه لرونکی د وزن او په فضا کې یو ځای ځانته اشغال کړي جسم بلل کیږي. امّا د هندسې د علم له نظره جسم داسې تعریفیږي: هر شی چه د هغه د اشغال لپاره وسیلې ته ضرورت نه وي او شکل ئې د اشغال په اثر تغیر و نه کړي جسم دی.

د اجسامو شکل: د یو جسم ظاهري صورت او وضعیت ئې په فضا کې د هغه جسم شکل بلل کیږي.

حجم: کومه برخه د فضا چه یو جسم اشغال کړي وي د هغه جسم حجم بلل کیږي.

د اجسامو ډولونه: جسمونه په دوه ډوله پیدا کیږي منظم جسمونه ـ غیر منظم جسمونه.

منظم جسمونه: دا جسمونه په طبیعي ډول د هندسي منظمو سطحو لرونکي وي. لکه: د معدني مالګو بلورونه، د مسو بلورونه او نور...
په همدا ډول مصنوعي جسمونه چه د هندسي منظمو شکلو لرونکي وي او د دوي اساس مکعب، استوانه، منشور، مخروط، هرم، کره او نور وي د منظمو جسمونو په نوم یادیږي. منظم جسمونه د هندسي جسمونو په نوم هم یادیږي.

غیر منظم جسمونه: دا جسمونه د هندسي منظمو سطحو لرونکي نه وي. لکه: ډبره، لوټه ...

منشور: منشور یو منظم هندسي جسم دی چه د هغه مقابلي ـ سطحې سره موازي او مساوي وي او د مقابلو سطحو زاویې ئې انطباق ـ

د ست تعریف ؛ د کاملاً ښو مشخصو او تعریف شویو شیانو مجموعې یا گروپ ته ست وایي. مثلاً: د پښتو ژبې د الفبا د پنځو اولینو توریو سیټ، چه داسې ښودل کیږي: $A=${ا، پ، ب، ټ، ت}

چه په نوموړې ست کې د (ا، ب، پ، ت، ټ) هر یو توری ته د A د ست عنصر او ټولو ته یې د نوموړې ست عناصر وایي او په ریاضي کې د غه جمله چه د (پ) توری د A د ست عنصر دی، دا رنگه لیکل کیږي.

(د پ توری د A په ست کې شامل دی) یا ⟸ پ $\in A$

او همدا رنگه دا جمله چه: (د ج توری د A په ست کې شامل نه دی) ـــ دا رنگه لیکو: (د ج توری د A په ست کې شامل نه دی) یا ⟸ ج $\notin A$

خالی ست :

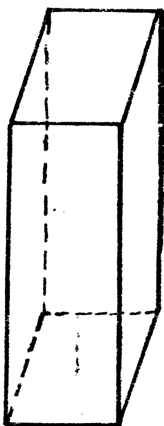
کوم ست چه هیڅ عنصر و نه لری خالی ست بلل کیږي او خالی ست دا رنگه ښودل کیږي: ϕ یا { }

مساوی ستونه :

که چیرې دوه یا څو ستونه داسې وي چه له عین عناصرو څخه تشکیل شوي وي نوموړې ستونه مساوي بلل کیږي. یا په بل عبارت مساوي ستونه هغه دي چه د هر یوه عناصر په مکمل ډول په بل ست کې شامل وي مثلاً: {ـــ، △، ○} $= A$ او {○، △، ـــ} $=B$ پس $A=B$

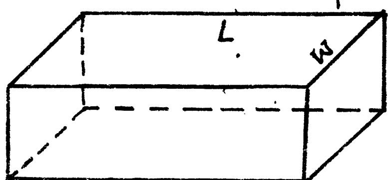
معادل ستونه :

که چیرې دوه یا څو ستونه په مساوي شمیر عناصر و لری نو معادل ستونه بلل کیږي. په معادلو ستونو کې د ماهیت له مخې د عناصرو د جنس مساوي والی شرط نه دی خو صرف د عناصرو د تعداد مساوي والی شرط دی.


(۶۳-۲)شکل

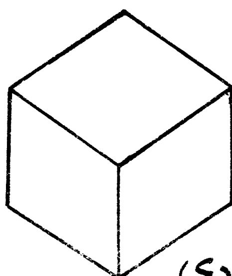
منونکی وی. یا په بل عبارت منشور هغه منتظم هندسی جسم دی چه د قاعد تینو سطحې ئې مضلع اوجانبی سطحې ئې د مستطیلونو په واسطه پوښ شوې وي. که قاعده ئې مثلث وی مثلث القاعده، او که مربع وی د مربع القاعده په نوم یادیږی. لکه: په (۶۳-۲) شکل کې مربع القاعده منشور.

مکعب مستطیل: هغه منتظم منشور دی چه شپږ سطحې ولری او د مجاورو سطحو زاویې ئې قایمې وی. لکه (۶۴-۲) شکل.

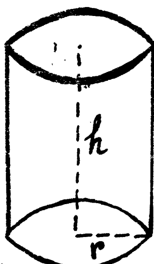


(۶۴-۲)شکل

مکعب: هغه منتظم هندسی جسم دی چه اوږد والی، سور او جگوالی ئې سره مساوی لکه: (۶۵-۲) شکل

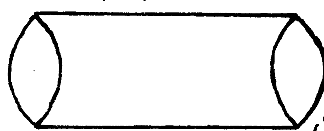


استوانه: هغه منتظم هندسی جسم دی چه قاعدې تین ئې دایروی او هره قاعده ئې د شعاع درلودونکی وی. لکه: د شیدو قطی ۱۰ (۶۶-۲) شکل وګورئ.

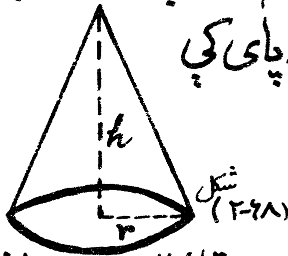


(۶۶-۲) شکل

قائمه استوانه: هغه جسم دی چه قاعدې ئې دایروی او جانبی سطحې ئې پر قاعدتینو عمودوی یا استوانه هغه منتظم هندسی جسم دی چه قاعدې ئې دایروی او جانبی سطحې ئې د منحنی په واسطه پوښل شوې وی لکه (۶۷-۲) شکل


(۶۷-۲)ش

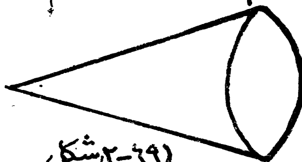
مخروط: هغه منظم هندسي جسم دی چه د قاعدې سطحه



(۲-۶۸) شکل

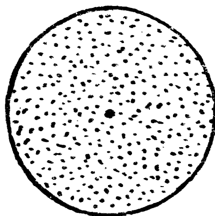
ئې دایره وی او جانبي سطحه ئې منحني او په پای کې یوې نقطې ته رسیږي لکه: (۲-۶۸) شکل.

قائم مخروط: هغه جسم دی چه د یو قائم الزاویه مثلث د


(۲-۶۹) شکل

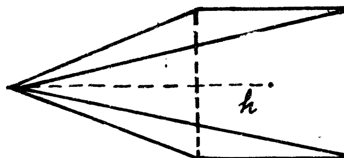
مکمل دوران څخه د یوې قایمې ضلعې په شاوخوا حاصله شوې وی لکه: (۲-۶۹) شکل.

کُره: هغه جسم دی چه د یوې داسې منحني په واسطه احاطه شوې وی چه د نوموړې محاطي سطحې هره نقطه


(۲-۷۰) شکل

د نوموړي جسم د یوې ثابتې نقطې څخه برابره فاصله ولري او دا ثابتې نقطې ته د کرې مرکز وائي. لکه (۲-۷۰) شکل.

هرم: منظم هندسي جسم دی چه قاعده ئې منظم



(۲-۷۱) شکل

مضلع وی او ارتفاع ئې د قاعدې په مرکز عمود وی او جانبي سطحه ئې مساوي مثلثونه ولري. لکه: (۲-۷۱) شکل.

د ځینو هندسي اشکالو او جسمونو د مساحت فورمولونه:

الف ـ د سطحو د مساحت فورمولونه:

1:- د مربع مساحت = ضلع × ضلع. $A = a^2$ یا $A = a \cdot a$

2:- د مستطیل مساحت = اوږدوالی × سور. $A = L \cdot W$

3: د مثلث مساحت = قاعده × ارتفاع ÷ 2 یا $A = \frac{b \cdot h}{2}$

4: د لوزي یا معین مساحت = اوږد قطر × لنډ قطر ÷ 2 یا

$$A = \frac{d_1 \cdot d}{2}$$

" " " = قاعده × ارتفاع یا $A = b \cdot h$

" " " = قطر × قطري ارتفاع یا $A = d \cdot h$

5: د شبه معین مساحت = د ارتفاعاتو مجموعه × قطر ÷ 2

یا $A = \frac{d}{2}(h_1 + h_2)$

6: د متوازي الاضلاع مساحت = قطر × قطري ارتفاع

یا $A = d \cdot h$

7: د ذوذنقې مساحت = د موازي اضلاعو مجموعه × ارتفاع ÷ 2

یا $A = \frac{b_1 + b_2}{2} \cdot h$

8: د مخرف مساحت = د قطري ارتفاعاتو مجموعه × قطر ÷ 2

یا $A = \frac{d}{2}(h_1 + h_2)$

9: د منتظم کثیر الاضلاع مساحت = د کثیر الاضلاع محیط × ارتفاع ÷ 2

یا $A = \frac{C \cdot h}{2}$

10: د دایرې مساحت = شعاع × شعاع × π یا $\pi \cdot r^2$ $A = \pi \cdot r^2$

د دایرې د قطاع مساحت = د دایرې مساحت × $\frac{\text{زاویه قطاع}}{360}$

یا $A = \pi r^2 \cdot \frac{d}{360}$

11: د بیضوي مساحت = $\frac{\text{لنډ قطر}}{2} \times \frac{\text{اوږد قطر}}{2} \times \pi$

یا $A = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \pi$

د بیضوي محیط = د قطرونو اوسط × π یا π. $C = \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot \pi$

د بیضوی محیط = اوږد قطر + لنډ قطر ÷ 2 × π

$C = \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot \pi$ یا

ب: د هندسي جسمونو د کلي سطحو او حجمونو د محاسبې فورمولونه:

1: د مکعب کلي مساحت = ضلع × ضلع × 6 یا $A = 6a^2$ یا $A = a.a.6$

د مکعب حجم = ضلع × ضلع × ضلع یا $A = a^3$ یا $V = a.a.a$

2: د مکعب مستطیل کلي سطحه = د جانبي سطحو مساحت + د قاعدتینو مساحت × 2 یا $A = 2(L.W + L.H + WH)$

د مکعب مستطیل حجم = اوږدوالی × سور × ارتفاع

$A = L.W.H$

3: د منشور د قاعدتینو سطحه = 2 × د مضلع د قاعدې مساحت*

$A_1 = 2(S)$

د منشور جانبي سطوح = د قاعدې محیط × ارتفاع

$A_2 = C.h$

د منشور کلي سطحه = د قاعدتینو سطحه + جانبي سطحه

$A = A_1 + A_2$

4: د استوانې کلي مساحت = د قاعدتینو مساحت + جانبي مساحت

$A = 2\pi r^2 + 2\pi r.h$ یا $A = 2\pi r(r + h)$

---

* که د منشور قاعده مثلث، مربع یا منتظم کثیرالاضلاع وي نو د قاعدې سطحه ئې د پورتنیو مضلعاتو د فورمولونو په اساس حل کیږي.

د (12) مثال حل په (۳۱) مخ کې وګورئ.

د استوانې حجم = دیوې قاعدې سطح × ارتفاع یا $V = \pi r^2 . h$

5: د مخروط کلی سطح = د مخروط د قاعدتین سطح + حاصل ضرب πr

او جذر مربع د مجموع مربعاتو د شعاع او ارتفاع.

$$A = \pi r^2 + \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$$

د مخروط حجم = ثلث د سطحې د قاعدې × ارتفاع $A = \frac{1}{3} \pi r^2 . h$

6: د هرم کلی مساحت = د قاعدې مساحت + جانبی مساحت.

$$A = A_1 + A_2$$

د هرم حجم = ثلث د مساحت د قاعدې × ارتفاع. $V = \frac{1}{3} B . h$

7: د کرې مساحت = څلور چنده د عظیمې دایرې مساحت یا $A = 4 \pi r^2$

د کرې حجم = $\frac{4}{3} \times \pi \times$ مکعب شعاع.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} . \frac{22}{7} r^3 = \frac{88}{21} r^3$$

یادونه: ښه به داوه چه د هندسی اشکالو او جسمونو د مساحت فورمولونه هر یو ثبوت شوی وی لیکن څرنګه چه محترمو ښوونکو ته معلومه ده چه د دغو مورو فورمولونو ثبوت په درسی کتابونو کې شوی دی، نو تکرار ته یې ضرورت نه لیدل کیږی. اوس غواړو یوازې د پورتنیو فورمولونو د تطبیق لپاره د نهم ټولګی د هندسې د کتاب له تمرینونو څخه یوه یوه پوښتنه د مثال په ډول دلته راوړو.



د نهم ټولګي تمرينات

۱:- د يوې لوزۍ (معين) قطرونه په ترتيب سره 10cm او 8cm دي مساحت يې معلوم کړئ؟

حل: دلوزۍ مساحت = لوی قطر × واړه قطر ÷ 2

$$= \frac{\overset{5}{\cancel{10}}cm \cdot 8cm}{\cancel{2}} = 5cm \cdot 8cm = 40cm^2$$

2 :- د يوې ذوذنقې موازي ضلعې په ترتيب سره 6cm او 18cm او ارتفاع يې 3 cm دي مساحت يې معلوم کړئ؟

حل: د ذوذنقې مساحت = د موازي ضلعو مجموعه × ارتفاع ÷ 2

$$= \frac{(18cm + 6cm) \times 3cm}{2} = \frac{\overset{12}{\cancel{24}}cm \cdot 3cm}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$= 36cm^2$$

3 :- که د يو منحرف ارتفاعات په ترتيب سره 12 cm او 9 cm وي او قطر يې 17 cm وي مساحت يې معلوم کړئ؟

حل: د منحرف مساحت = $\frac{\text{د ارتفاعاتو مجموعه} \times \text{قطر}}{2}$

$$= \frac{(12cm + 9cm)17cm}{2} = \frac{21cm \cdot 17cm}{2}$$

$$= \frac{357cm^2}{2} = 178{,}5\,cm^2$$

4 :- د شبه معين مساحت معلوم کړئ چه قطر يې 30cm او په قطر پورې مربوط ارتفاعات يې 12cm وي؟

حل: د شبه معين مساحت = د ارتفاعاتو مجموعه × قطر ÷ 2

$$= \frac{(12cm + 12cm)30cm}{2} = \frac{24cm \cdot \overset{15}{\cancel{30}}cm}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$= 24cm \cdot 15cm = 360\,cm^2$$

5: د معین شبه مساحت معلوم کړئ چې قاعده یې 42,5cm او ارتفاع یې 22 cm وي؟

حل: $\text{د شبه معین مساحت} = \text{قاعده} \times \text{ارتفاع} \div 2$

$$= \frac{42{,}5\,cm \cdot 22\,cm}{2} = 42{,}5\,cm \cdot 11\,cm = 467\,cm^2$$

6: د شپږ ضلعي منتظم کثیر الاضلاع د هرې ضلعې اوږدوالی 6 cm او ارتفاع یې 4cm دی مساحت یې معلوم کړئ؟

حل: $\text{د منتظم کثیر الاضلاع مساحت} = \frac{\text{د کثیر الاضلاع د محیط مجموعه} \times \text{ارتفاع}}{2}$

$$= \frac{6(6\,cm) \cdot 4\,cm}{2} = 3 \cdot 6\,cm \cdot 4\,cm$$

$$= 72\,cm^2$$

7: د دایرې مساحت معلوم کړئ چې شعاع یې 10cm وي؟

حل: $\text{د دایرې مساحت} = \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \pi$

$$= 10\,cm \cdot 10\,cm \cdot 3{,}14 = 314\,cm^2$$

8: د دایرې د قطاع مساحت معلوم کړئ چې شعاع یې 9cm او د قطاع زاویه یې 40° وي؟

حل: $\text{د قطاع مساحت} = \text{د دایرې مساحت} \times \frac{d}{360}$

$$= \pi r^2 \cdot \frac{d}{360} = 3{,}14 \cdot (9\,cm)^2 \cdot \frac{40}{360}$$

$$= 3{,}14 \cdot 81\,cm^2 \cdot \frac{40}{360}$$

$$= 3{,}14 \cdot 9\,cm^2$$

$$= 28{,}26\,cm^2$$

۹مه: د بیضوي مساحت معلوم کړی چه اوږد قطر ئې 12 inch او لنډ قطر ئې 8 inch وي؟

حل: دلنډ قطر نیمایي × داوږد قطر نیمایي × π = دبیضوي مساحت

$$= \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \pi = \frac{12in}{2} \cdot \frac{8in}{2} \cdot 3,14$$

$$= 6in \cdot 4in \cdot 314 = 75,36\ inch^2.$$

10مه: د بیضوي محیط معلوم کړی چه قطرونه ئې په ترتیب سره 12 cm او 24 cm وي؟

حل: دقطرونو د مجموعې اوسط × π = دبیضوي محیط

$$= \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot \pi = \frac{12cm + 24cm}{2} \cdot 3,14$$

$$= \frac{36\ cm}{2} \cdot 3,14 = 18\ cm \cdot 3.14 = 56,52\ cm$$

11مه: دمکعب مساحت او حجم معلوم کړی چه هره ضلع ئې 5 cm وي؟

حل: $A = 6(a \cdot a) = 6(5cm \cdot 5cm)$

$$= 150\ cm^2$$

$$V = a \cdot a \cdot a = 5\ cm \cdot 5\ cm \cdot 5\ cm$$

$$= 25\ cm^2 \cdot 5\ cm = 125\ cm^3$$

A، a او V په ترتیب سره دمکعب کلي مساحت، ضلع او حجم بنیي.

12مه: دمثلث القاعده منشور مساحت او حجم معلوم کړی چه دقاعدې هره ضلع ئې 10cm او ارتفاع ئې 18 cm وي؟

حل: دمثلث ارتفاع په h، ضلع ئې په a او د منشور ارتفاع په h_1 دقاعد تینو مساحت په A، دجانبي مساحت په A_1، دمنشور محیط په C

او کلی سطح ئې په A_2 او حجم ئې په V سره ښیو.

$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ = دمنشور دقاعدې دسطحې ارتفاع

ځکه چه دمنشور دقاعدې سطح متساوي الأضلاع مثلث ده.

$$A = \frac{1}{2}\left(\frac{10cm \cdot 10cm\sqrt{3}/2}{2}\right) = 10cm \cdot \frac{10cm\sqrt{3}}{2}$$

$$= 10cm \cdot 5cm\sqrt{3} = 50cm^2\sqrt{3}$$

$$= 50cm^2 \cdot 1{,}732 = 86{,}6\ cm^2 \quad \therefore A = 86{,}6cm^2.$$

$$A_1 = c \cdot h_1 = 30\ cm \cdot 18\ cm = 540\ cm^2.$$

$$A_2 = A_1 + A = 540\ cm^2 + 86{,}6\ cm^2 = 626{,}6\ cm^2.$$

$$V = \frac{A}{2} \cdot h = \frac{86{,}6\ cm^2}{2} \cdot 18\ cm = 43{,}3\ cm^2 \cdot 18\ cm$$

$$= 779{,}4\ cm^3.$$

---

* : دمنشور دقاعدې سطحې په دې ډول هم پیدا کولای شو:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{15\ cm\,(15cm - 10cm)(15cm - 10cm)(15\ cm - 10cm)}$$

$$= \sqrt{15\ cm\,(5\ cm)(5cm)(5cm)}$$

$$= \sqrt{15cm \cdot 125\ cm^3}$$

$$= \sqrt{1875\ cm^4}$$

$$S = 43{,}3\ cm^2$$

$$2S = 2 \cdot 43{,}3\ cm^2 = 86{,}6\ cm^2$$

P د مثلث د محیط نیمائي

a . b . c د مثلث اضلاع ده

S د قاعدې سطح ده.

13:- د مکعب مستطیل کلی سطحه او حجم معلوم کړئ چه اوږد والی ئې 25cm سور ئې 10 cm او ارتفاع ئې 8cm وي؟

حل: اوږدوالی L، سور W، ارتفاع h، کلی سطح A او حجم په V سره ښیو.

$$A = 2(L.W + Lh + Wh)$$

$$= 2(25\,cm.10\,cm + 25\,cm.8\,cm + 10\,cm.8\,cm$$

$$= 2(250\,cm^2 + 200\,cm^2 + 80\,cm^2)$$

$$= 2(530\,cm^2) = 1060\,cm^2$$

$V =$ د قاعدې سطح . ارتفاع $= LWh = 25cm.10cm.8cm$

$$V = 2000\,cm^3$$

14:- د شګو یوه ډېرۍ چه مخروطي شکل لري محوري ارتفاع ئې 20cm او قطر ئې 14cm دی مساحت او حجم ئې معلوم کړئ؟

حل: د قاعدې مساحت $= A = \pi r^2 = \frac{22}{7}\left(\frac{14\,cm}{2}\right)^2$

$$= \frac{22}{7}(7\,cm)^2 = \frac{22}{7}\cdot 49\,cm^2 \therefore A = 154\,cm^2$$

جانبي مساحت $= A_1 =$ د قاعدې محیط . د وجهي ارتفاع نیمايي

$$= c.\frac{h_1}{2} = 2\pi r.\frac{h_1}{2}$$

$$= 2.\frac{22}{7}.7\,cm\frac{21,189\,cm}{2}$$

ځکه چه $h_1^2 = h^2 + r^2$ ده

$$= 2.22\,cm.10,594\,cm = 466,158\,cm^2$$

کلی سطح $= A_2 = A + A_1 = 154\,cm^2 + 466,158\,cm^2 \therefore A_2 = 620,158\,cm^2$

حجم $= V = A.\frac{h}{3} = 154\,cm^2.\frac{20\,cm}{3} = 154\,cm^2.6,666\,cm$

$$\therefore V = 1026,564\,cm^3$$

یعنې مساوي سټونه د معادلو سټو خاص حالت دی.

مثال: (د A سټ معادل د B د سټ دی)

A = { , , }   A ≡ B یا

B = { , , }

معین او غیرمعین سټونه (Finit and Infinit-sets):

که چیرې د یو سټ د عناصرو تعداد معلوم وي، معین سټ ورته وائي. مثلاً: له یو څخه تر نهو پورې د اعدادو سټ.

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

او که چیرې د یوه سټ د عناصر تعداد معلوم نه وي ورته غیر معین سټ وایي. مثلاً: د طبیعي اعدادو سټ.

$$N = \{1, 2, 3 \ldots\}$$

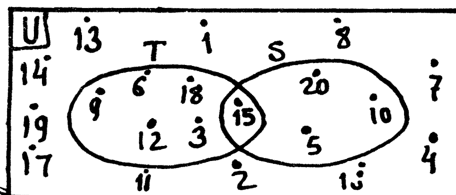
کُلي سټ (Universal set):

که چیرې څو سټونه د یوه سټ څخه په لاس راغلي وي نو د غه سټ ته د نوموړو سټو کلي سټ وایي یا په عمومي شکل هغه سټ چه فرعي سټونه ئې تر بحث لاندې وي د کلي سټ په نوم یادیږي مثلاً: د

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$$

$$T = \{6, 9, 18, 15, 3, 12\}$$

$$S = \{15, 20, 10, 5\}$$



په سټونو کې U ته د S او T د سټونو کلي سټ وایي.

15:- د هغه مربع القاعده هرم مساحت او حجم پیدا کړی چه د قاعدې هرې ضلع ئې 5cm او محوری ارتفاع 9cm وی؟

حل:

$A = 5cm \cdot 5cm = 25cm^2$

$A_1 = c \cdot \frac{h_1}{2} = (4.5cm)\frac{h_1}{2}$

$= 20cm \cdot \frac{\sqrt{h^2+(a/2)^2}}{2}$ ځکه $h_1^2 = h^2 + (\frac{a}{2})^2$ ده.

$= 10cm \cdot \sqrt{(9cm)^2 + (5/2\,cm)^2}$ a د مربع یوه ضلع ده.

$= 10cm \cdot \sqrt{81cm^2 + 6,25\,cm^2}$

$= 10cm \cdot \sqrt{87,25\,cm^2} = 10\,cm \cdot 9,34\,cm$

$\therefore A_1 = 93,4\,cm^2$

$V = A \cdot \frac{h}{3} = 25\,cm \cdot \frac{9cm}{3} = 75\,cm^3$

A د قاعدې سطح ، A_1 جانبی سطح ، c د قاعدې محیط ، h_1 جانبی ارتفاع ، h محوری ارتفاع او V حجم دی.

16:- د استوانې مساحت او حجم معلوم کړی چه د قاعدې شعاع ئې 6cm او ارتفاع ئې 12cm وی؟

حل: د استوانې جګوالی په h د قاعدې شعاع په r ، حجم په V او کلی سطح په A ښیو.

$V = \pi r^2 \cdot h = 36\,cm^2 \cdot 12\,cm \cdot 3,14$

$= 432\,cm^3 \cdot 3,14 \quad \therefore V = 1356,48\,cm^3$

$A =$ د قاعدتین سطح + جانبی سطح $= 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$= 2 \cdot 3,14 \cdot (6cm)^2 + 2 \cdot 3,14 \cdot 6\,cm \cdot 12\,cm$

$= 72\,cm^2 \cdot 3,14 + 24\,cm \cdot 3,14$

$= 286,08\,cm^2 + 452,16\,cm^2 = 738,24\,cm^2$

17:- دهغې کرې مساحت او حجم معلوم کړئ چه قطر ئې
10 cm وي؟

حل: که د کرې حجم په V، شعاع په r او سطح په A وښیو.

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \frac{4}{3} \cdot \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{10\,cm}{2}\right)^3 = \frac{88}{21} \cdot (5\,cm)^3$$

$$= 4{,}19 \cdot 125\,cm^3$$

$$\therefore V = 523{,}75\,cm^3.$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3{,}14\left(\frac{10\,cm}{2}\right)^2$$

$$= 4 \cdot 3{,}14 \cdot (5\,cm)^2$$

$$= 12{,}56 \cdot 25\,cm^2$$

$$\therefore A = 314\,cm^2.$$

دریم فصل

داقلیدس اصول و قضیې

په ډېرو علوموکې یوه سلسله ساده او بسیط لرنی مفاهیم او مفکورې شته چه دهغوی صحت او حقیقت پرته له کوم دلایلو منل کیږي چه هغوته موضوعه اصول یا (Postulates) او متعارفه اصول (Axioms) وایي او دهغه علم اساس او بنسټ جوړوي چه په ریاضي کې هم دغه ډول منل شوي مفاهیم او مفکورې شته چه په لاندې ډول به وڅیړل شي.

موضوعه اصول: هغه فرضیې دي چه د ریاضي په یوه خاصه برخه کې استعمالیږي.

متعارفه اصول: دا ډول فرضیې تقریباً د ریاضي په ټولو برخوکې استعمالیږي.

دهندسې په علم کې یو شمیر لرنی مفاهیم شته چه دهغوی صحت او حقیقت پرته له کوم دلایلو څخه د منلو وړ دي او دغه اصول د هندسې دعلم اساس او بنسټ تشکیلوي او دغه مفکورې دلومړي ځل لپاره دیوه یونانی عالم (اقلیدس Auclid) چه د میلاد نه مخکې په دریمه پیړۍ کې ئې په سکندریه کې دهندسې دعلم تدریس کاوه په (۱۳) فصلونوکې ترتیب کړې چه د اقلیدس دمقدماتو په نوم یادیږي.

هماغه راز هغه اصول چه اقلیدس و رځخه د هندسی دعلم په معرفی
او پیژندنه کې کاراخیستی ، د اقلیدس د اصولو په نوم یادیږی او په
مسطحه هندسه کې د استعمال وړ دی چه هغه په لاندې ډول دی :

اول :- له د دوو نقطو ځخه یوازې یو مستقیم خط تیریږی .

دوهم :- هر قطعه خط دیوه معین خط په اندازه دیو خط پر ځای تولید او غزیدلای شی .

دریم :- هره دایره د هغی د مرکز او شعاع په وسیله مشخص کیدلای شی .

څلورم :- ټولې قایمې زاویې یوله بل سره مساوی او انطباق منونکی دی .

پنځم :- که چیرې یو قاطع د وه مفروض مستقیمونه قطع کړی که د هغو داخلی زاویو د پر اخوالی مجموعه چه د قاطع یوې خواته پراته او له دوه قایمو ځخه لږ وی ، نو هغه مفروض خطونه د قاطع همغه خواته یو بل سره قطع کوی .

شپږم :- یو هندسی شکل بې د هغه د شکل او اندازې د تغیر ځخه دیو ځای نه بل ځای ته انتقالیدلای شی .

اووم :- هر قطعه خط یوه منځنی نقطه لری .

اتم :- هره زاویه یو ناصف لری .

نهم :- یو مستقیم خط په هره اندازه چه وغواړو غزولای شو .

لسم :- که چیرې دوه مقدارونه د دریم مقدار سره مساوی وی نو یو بل منځ کې هم سره مساوی دی .

یوولسم :- که د هرو دوو مساوی شیانو سره یو دریم شی اضافه شی نو د دوی مجموعه هم یو بل منځ کې سره مساوی وی .

دوولسم: که دهر یو دوو مساوي شیانو نه یو دریم شی کم-
شی نو دتفریق حاصلونه ئې پخپل منځ کې سره مساوي دي.
د یارلسم: که دهر یو دوو غیر مساوي شیانو سره یو دریم شی
اضافه شي نو د دوي مجموعه سره مساوي نه وي.
ځوارلسم: هر کل دخپل جزځنه لوی دی.

قضیه: یو مفهوم یا مفکوره ده چه دهغې صحت او
حقیقت د موضوعه اصولو په بنسټ دیو راز منطقي دلایلو او -
استدلالونو په ذریعه حاصلیږي او یا په بل عبارت هغه مفاهیم چه
دهغوی د صحت او حقیقت د ثبوت لپاره یو لړ منطقي دلایلو ته
ضرورت وي قضیې بلل کیږي.

دموضوعه اصولو او قضیې ترمنځ فرق:

موضوعه اصول هغه ساده مفهوم دی چه دهغوی دحقیقت
او صحت لپاره د دلایلو او ثبوتو ضرورت نه وي، مګر قضیه هغه -
مفهوم دی چه دحقیقت او صحت لپاره منطقي دلایلو ته ضرورت وي.

دقضیې برخې: هره قضیه په عمومي ډول دوه برخې لري:
فرضیه (شرطیه) او دوهمه برخه ئې مطلوب (حکم) یا نتیجه.

فرضیه (شرطیه): د قضیې هغه برخه ده چه په عمومي
توګه د (که چیرې) په عبارت شروع کیږي.

حکم مطلب یا نتیجه: د قضیې هغه برخه ده چه په عمومي ډول
د (نو) په کلمه سره شروع کیږي.

مثال: قضیه: که چیرې دوې زاویې متقابل براس وي نو ناصفوئی دیو خط په امتداد پراته وي.
فرضیه — نتیجه

دقضیې ثبوت: د قضیې د ثبوت څخه مقصد دادی چه د یولړ منطقي دلایلو او استدلالونو په راوړلو او د هندسې د اصولو نه پکاراخیستلو سره باید د قضیې حکم د هغې د فرضیې نه په لاس راوړل شي. په دغه برخه کې کولای شو د اصطلاحاتو تعریفونه، موضوعه اصول، متعارفه اصولو او مخکنیو ثبوتونو د نتیجو څخه استفاده وکړو.

د هندسې د قضایاوو څخه په ثبوت کې د پړې مهمې برخې شته چه هر یوه یې په خپل ځای کې مهم رول لوبوی. که کله یو د دغو برخو څخه غلط وي نو ټول ثبوت به بې معنی وي او هغه دادی:

اول شکل: د قضیې په مرسته باید شکل داسې رسم شي چه په هغه کې فرضیه او نتیجه په واضح ډول ښودل شوي وي.

دوهم مفروض: پدې برخه کې باید قضیه په غور سره وڅیړل شي او د شکل په مرسته د قضیې ټول شرایط واضح او په ساده ډول بیان شي.

دریم مطلوب: د قضیې هغه برخه چه غواړو ثبوت یې کړو باید د شکل په مرسته تحلیل او ساده بیان شي او ټول اهداف یې واضح وي.

څلورم عمل (ترسیم): دلته باید هغه موضوعات وڅیړل شي او په شکل کې رسم شي د کوم یو په واسطه چه موږ غواړو قضیه ثبوت کړواو کوم چه په ثبوت کې یې مرسته کوي.

پنځم ثبوت: د یولړ منطقي استدلالونو په راوړلو او هندسې اصولو پکاراخستلو سره باید د قضیې حکم د هغې د فرضیې نه په لاس راوړل شي د یوې قضیې ثبوت په عمومي توګه په دوه ډوله پلاس راتلای شي.

A :- **مستقیم ثبوت:** په مستقیم ثبوت کې د قضیې حکم د هغې د فرضیې

ثبوت په مستقیم ډول د یو لړ منطقی استدلالونو په وسیله په لاس راځي.

B :- غیر مستقیم ثبوت : په غیر مستقیم ثبوت کې د یوې قضیې د حکم د نفي امکان نه لري. په منطقی استدلالونو په ثبوت رسیږي چه په دې صورت کې د یوې قضیې صحت او حقیقت پخپله ثبوت ته رسیږي.

او س غواړو یو شمیر قضیې بې له ثبوت څخه (ځکه چه ثبوت ئې په درسی کتابونو کې راغلی دی) محترمو ښوونکو ته د یادونې په ډول معرفی کړو ترڅو ښوونکي وکولای شي د یوې علمي ذخیرې په ډول د ضرورت په وخت کې ګټه ورځنې واخلي.

د اتم ټولګي د هندسې ځینې قضیې

1:- که چیرې دوې مستقیمې کرښې له یو قاطع سره مساوي متبادله زاویې جوړې کړي مستقیمې کرښې یو له بل سره موازي دي. (۱-۵-۲) شکل د اتم ټولګي په کتاب کې.

2:- که چیرې دوې مستقیمې کرښې له یو قاطع سره مساوي متوافقه زاویې جوړې کړي نو پخپل منځ کې به موازي وي. (۶-۲) شکل ،، .

3:- که چیرې دوې مستقیمې کرښې له یوه قاطع سره دوې متممې یو طرفه - داخلي زاویې جوړې کړي پخپل منځ کې سره موازي دي. (۷-۲) شکل ،،

4:- که چیرې یوه مستقیمه کرښه دوې موازي کرښې قطع کړي نو د تشکیل شو یو متباله زاویو پراخوالی سره مساوي وي. (۱۲-۲) شکل ،، .

5 :- که چیرې دوې مستقیمې کرښې سره موازي وي نو هر قاطع له هغو سره مساوي متوافقې زاویې تشکیلوي. (۱۴-۲) شکل ،، .

6 :- که چیرې دوې مستقیمې کرښې سره موازي وي نو هر قاطع له هغو

سره متممې یو طرفه داخلي زاويې جوړوي. (۲-۱۵) شکل داتم ټولګي کتاب.

7. که چیرې د دوو زاويو ضلعې په ترتیب سره موازي او هم جهته وي نو نوموړې زاويې سره مساوي دي. (۲-۱۹) شکل ,,

8. که چیرې د دوو زاويې ضلعې په ترتیب سره موازي او مخالف الجهتي وي نو نوموړې زاويې پخپل منځ کې سره مساوي وي. (۲-۲۱) شکل ,,

9. که چیرې دوې زاويې موازي او هم جهتي ضلعې او دوه موازي او مخالف الجهته ضلعې ولري نو موړې زاويې یو د بل متممې دي. (۲-۲۳) شکل

10. که چیرې د یو مثلث دوې ضلعې سره مساوي وي نو د هغو ضلعو مخامخ زاويې هم سره مساوي دي. (۳-۱) شکل ,,

11. که چیرې د یو مثلث دوې زاويې سره مساوي وي نو د هغو مساوي زاويو مخامخ ضلعې سره مساوي وي. (۳-۳) شکل ,,

12. په هر مثلث کې هغه زاويه چه د لویې ضلعې مخ ته واقع وي له هغه زاويې څخه چه د کوچنۍ ضلعې مخ ته واقع وي لویه ده. (۳-۵) شکل ,,

13. په هر مثلث کې هغه ضلعه چه د لویې زاويې مخ ته واقع وي لویه ده د هغې ضلعې څخه چه د کوچنۍ زاويې مخ ته واقع وي. (۳-۷) شکل

14. په هر مثلث کې د دوو ضلعو د اوږد والي مجموعه د دریمې ضلعې د اوږد والي څخه لویه ده. (۳-۱۲) شکل ,,

15. د یو مثلث د داخلي زاويو اندازه دوې قایمې دي. (۳-۱۳) شکل ,,

16. د یو مثلث د هرې خارجي زاويې پراخوالی د هغه مثلث د داخلي غیر مجاورو زاويو د پراخوالي له مجموعې سره مساوي وي (۳-۱۶) شکل ,,

17. که د یو مثلث اضلاعو ته په ترتیب امتداد ورکړل شي نو د هغو

خارجي زاويو دپراخوالي مجموعه چه پيداکيږي څلور قايمې دی (۴-۱۸ شکل).

18. د يو څلور ضلعي د داخلي زاويو د پراخوالي مجموعه — څلور قايمې دی. (۴-۹) شکل ".

19. د هرې متوازي الاضلاع مقابلې زاويې سره مساوي دی. (۴-۱۱ شکل ".

20. که د يوې څلور ضلعي مقابلې زاويې دوه په دوه سره مساوي وي نو هغه څلور ضلعي متوازي الاضلاع ده. (۴-۱۳) شکل ".

21. که د يو څلور اضلاعو ته په ترتيب سره امتداد ورکړشي هغه خارجي زاويې چه جوړيږي د پراخوالي مجموعه ئې څلور قايمې دی. (۴-۱۸ شکل ".

22. د هرې متوازي الاضلاع مقابلې ضلعې سره مساوي وي. (۴-۲۱ شکل ".

23. که د يوې څلور ضلعي مقابلې ضلعې دوه په دوه سره مساوي وي نو هغه څلور ضلعي متوازي الاضلاع ده (۴-۲۲) شکل ".

24. د هرې متوازي الاضلاع قطر و نه يو بل نيمائي کوي (۴-۲۵ شکل ".

25. د مستطيل قطرونه يو د بل سره مساوي دی. (۴-۲۶ شکل ".

26. د معين قطرونه يو په بل باندې عمود دی. (۴-۲۸) شکل ".

27. که چيرې يو مستقيم خط د دايرې له مرکز څخه تيراو د هغه و تر د نيمايي سره چه د مرکز څخه نوی تير شوی وصل شی نو د غه مستقيم کرښه په وتر باندې عمود ده. (۵-۳۱) شکل ".

28. که يوه مستقيمه کرښه د دايرې له مرکز څخه تيره او په وتر باندې عمود وی نو د غه مستقيمه کرښه هغه وتر نيمايي کوي (۵-۳۲) شکل ".

29. د يوې دايرې مساوي وترونه د هغې دايرې له مرکز څخه په مساوي فاصله پراته وي. (۵-۵) شکل ".

30. دیوې دایرې شعاع د تماس په نقطه کې په مماس باندې عمود ده. (۱۰-۵) شکل //.

31. د هرې مماسي زاویې اندازه د هغې مرکزي زاویې اندازې نیمایی ده چه د عین قوس مقابل کې واقع وي. (۱۷-۵) شکل //.

32. د محیطي زاویې اندازه د هغې د مقابل قوس نیمایی ده. ۲۲-۵

33. د هغې محیطي زاویې پراخوالی چه ضلعې ئې د دایروي قطر د انجامونو څخه تیرشي یوه قایمه ده. (۲۵-۵) شکل //.

د نهم ټولګي ځینې قضیې

1. د هرې مضلع د داخلي زاویو مجموعه مساوي ده د دوچنده تعداد د اضلاعو د مضلع منفي څلور قایمې. (۱۵-۱) شکل //.

2. د یوې مضلع د خارجي زاویو اندازه مساوي په 360° ده. (۱۱-۱۶-۱) شکل

3. یو قطعه خط صرف د یوې نقطې پواسطه داخلاً او خارجاً په یو معین نسبت تقسیمولای شو. (۱-۶-۲) شکل //.

4. که چیرې یو خط د یو مثلث دیوې ضلعې سره موازي رسم شي نو د مثلث دوې نورې ضلعې په مناسبو برخو ویشي. (۸-۲) شکل.

5. که چیرې یو خط د یو مثلث دوې ضلعې متناسباً تقسیم کړي نو نوموړی خط د مثلث له دریمې ضلعې سره موازي دی. (۹-۲) شکل //.

6. که چیرې د $\overline{AD}$، $\overline{BE}$ او $\overline{CF}$ موازي خطونه د $\overline{AC}$ او $\overline{DF}$ پواسطه قطع شي نو موړي موازي خطونه د قاطع خطونو څخه متناسباً - قطعې بیلوي. (۱۰-۲) شکل //.

فرعي ست (Sub set):

کهچیرې د یوه ست د عناصرو څخه څو نوي ستونه جوړ شي نو دغه نوي ستونو ته د نوموړي ست فرعي ستونه وایي. مثلاً:

$A =$ { دپښتو ژبې د الفبا د تورو ست }

$B =$ { دعربي ژبې د الفبا د تورو ست }

$C =$ { ددري ژبې د الفبا د تورو ست }

د (B) او (C) ستونو ته د A د ست فرعي ستونه وایي.
(دا ځکه چه د عربي توري او دري ژبې د الفبا توري ټول د پښتو ژبې د الفبا د تورو په ست کې موجود دي.)

او په ریاضي کې دا رنګه ښوول کیږي: $C \subset A$ او $B \subset A$

نوټ: کهچیرې د فرعي ستونو عناصر د کلي ست څخه کم وي نو ورته واقعي فرعي ستونه وایي او مساوي ستونو ته یې د بل غیر واقعي ستونه وایي. مثلاً:

$A = \{1, 2\}$

$B = \{1, 2\}$

چې دا رنګه ښوول کیږي: $B \subseteq A$ یا $A \subseteq B$

طاقت ښوونکی ست (Power set):

د ټولو فرعي ستونو ست ته د هغه طاقت ښوونکی ست وایي.
یا په بل عبارت که د A_1، A_2، A_3، A_4 ستونه د A د ست فرعي ستونه وي نو دا فرعي ستونه یو ست تشکیلوي چه د P(A) ست په نوم یادیږي.

مثلاً: $A = \{1, 2\}$ نو P(A) ته د A د ست طاقت ښوونکی ست وایي.

$A_1 = \{1\}$ $A_2 = \{2\}$ $A_3 = \{\ \}$ $A_4 = \{2, 1\}$

7:- د یو مثلث د داخلي زاویو ناصف مقابله ضلعه د دوو نورو ضلعو په نسبت سره داخلاً متناسباً تقسیموي. (۱۱-۲) شکل

8:- د یو مثلث د هرې زاویې خارجي ناصف مقابله ضلعه په نسبت د مجاورو ضلعو خارجاً متناسباً تقسیموي. (۱۲-۲) شکل

9:- که چیرې د یوه مثلث درې زاویې د بل مثلث د درېو زاویو سره انطباق منونکې وي نو نوموړي مثلثونه سره مشابه دي. (۷-۳) شکل

10:- که چیرې د وې ضلعې د مثلث له د وو ضلعو د بل مثلث سره متناسبې وي او د دغه د وو ضلعو د منځ زاویه د هرو د وو مثلثو انطباق منونکې وي نو نوموړي مثلثونه سره مشابه دي. (۱۴-۳) شکل.

11:- که چیرې درې ضلعې د یو مثلث له درېو ضلعو د بل مثلث سره متناسبې وي نو نوموړي مثلثونه سره متشابه دي. (۳-۱۷-۳) شکل

12:- په هر قایم الزاویه مثلث کې د قایم رأس مربوط ارتفاع، مثلث په دوو داسې مثلثونو تقسیموي چه نوموړي مثلثونه هم پخپل منځ کې او هم له اصلي مثلث سره متشابه دي. (۴-۲۱-۳) شکل.

13:- د هغو متوازي الاضلاعو مساحت چه د دوو موازي خطونو په منځ کې واقع وي او عین ارتفاع ولري سره مساوي دي. (۴-۸-۴) شکل

14:- د یو متوازي الاضلاع مساحت عبارت دی له حاصل ضرب د قاعدې په ارتفاع کې. (۹-۴) شکل.

15:- د یو مثلث مساحت د هغه متوازي الاضلاع نیمایي دی - کوم چه د نوموړي مثلث سره عین قاعده او عین ارتفاع ولري. (۱۱-۴) شکل

16:- د هغې مربع مساحت چه د قایم الزاویه مثلث په وتر باندې

رسم شویوی مساوی دی له مجموعې د مساحت د هغو مربعاتو سره چه په قایمو اضلاعو باندې رسم شویوی. (۱۶-۴) شکل.

17. د لوزی مساحت مساوی دی له نیمایی د حاصل ضرب د قطرونو د دواړو لوزی. (۲۰-۴) شکل.

18. د ذوذنقې مساحت مساوی دی د قاعد تینو د مجموعې نیمایی ضرب په ارتفاع کې. (۲۱-۴) شکل.

19. د کیفی څلور ضلعی مساحت مساوی دی له نیمایی د قطر ضرب د مجموعې د هغو ارتفاعاتو چه د دواړو قطر د مقابلو راسونو څخه پر هغه باندې رسم شوی وی. (۲۲-۴) شکل.

20. د هغو نقطو هندسی محل چه له دوو انجامونو د یوه قطعه خط څخه مساوی الفاصله وی عبارت دی له عمودی ناصف د همغه قطعه خط څخه. (۴-۸) شکل.

21. د هغو نقطو هندسی محل چه له دوو ضلعو د یوې زاویې څخه متساوی الفاصله وی د دواړو زاویې ناصف دی. (۵-۸) شکل

22. د یو قایم الزاویه مثلث د قایم رأس هندسی محل عبارت د هغې دایرې څخه دی چه د قایم رأس څخه تیریږی او د دواړو دایرې قطر د همغې قایم الزاویه مثلث وتر وی. (۶-۸) شکل

څلورم فصل

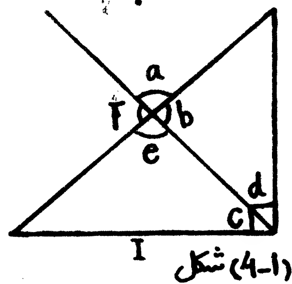
د هندسې تمرينات

څرنګه چه محترم ښوونکي په ابتدائي مدرسو کې د څلورم ټولګي څخه تر اتم ټولګي پورې د هندسې د مضمون د تدريس دنده په غاړه لري کېداى شي چه ځينې وخت د نهم ټولګي د هندسې تدريس هم وکړي، نو د دې لپاره چه د دوى مشکلات د تمريناتو په برخه کې حل شوي وي لازم وګڼل شو تر څو د اووم، اتم او نهم ټولګيو ځينې مشکل تمرينات حل او محترمو ښوونکو د کتنې لپاره يې په دې مجموعه کې ذکر کړو :

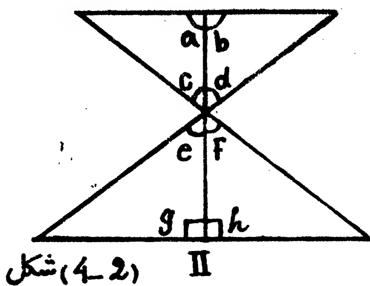
د اووم ټولګي تمرينات

1. په لاندې شکلونو کې ښود لشوې زاويې و ښيې ؟

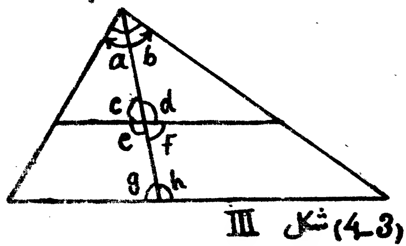
a: مکملې . b: متممې . c: متقابل برأس .



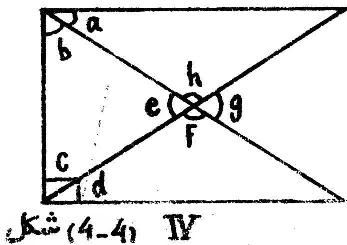
(4-1) شکل



(4-2) شکل



(4-3) شکل

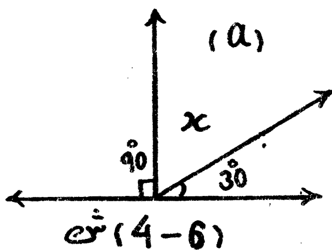


(4-4) شکل

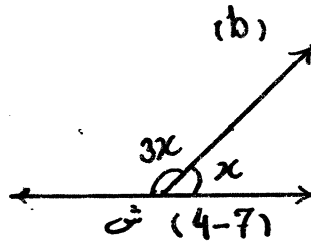
نوعیت د زاویو / شکلونه	I	II	III	IV
مکملی	$\hat{d}$ او $\hat{c}$		$\hat{a}$ او $\hat{b}$	$\hat{c}$ او $\hat{d}$ $\hat{a}$ او $\hat{b}$
متممی	$\hat{a}$ او $\hat{b}$ $\hat{b}$ او $\hat{e}$ $\hat{f}$ او $\hat{e}$ $\hat{a}$ او $\hat{f}$	$\hat{g}$ او $\hat{h}$ $\hat{a}$ او $\hat{b}$	$\hat{c}$ او $\hat{d}$ - $\hat{c}$ او $\hat{e}$ او $\hat{e}$ او $\hat{f}$ - $\hat{a}$ او $\hat{f}$ - $\hat{g}$ $\hat{h}$	$\hat{g}$ او $\hat{h}$ - $\hat{e}$ او $\hat{h}$ $\hat{e}$ ∥ $\hat{f}$ - $\hat{f}$ ∥ $\hat{g}$
متقابل براس	$\hat{a}$ او $\hat{e}$ $\hat{b}$ او $\hat{f}$	$\hat{d}$ او $\hat{e}$ $\hat{f}$ او $\hat{c}$	$\hat{c}$ او $\hat{f}$ $\hat{e}$ او $\hat{d}$	$\hat{h}$ او $\hat{f}$ $\hat{g}$ او $\hat{e}$

شکل (4-5)

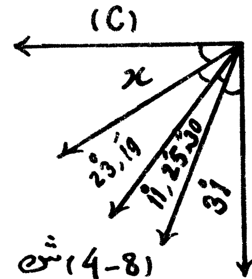
2. په لاندې شکلونو کې د ($\hat{x}$) د زاویې په اړه خوالی معلوم کړی؟



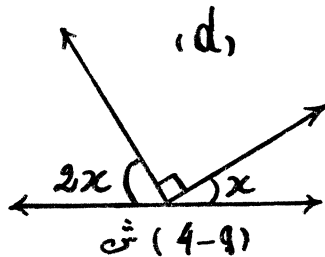
ش (4-6)



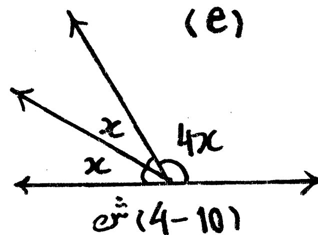
ش (4-7)



ش (4-8)



ش (4-9)



ش (4-10)

حل:

(a). $x + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$x + 120^\circ = 180^\circ$

$x = 180^\circ - 120^\circ$

$\underline{\hat{x} = 60^\circ}$

(b). $3x + x = 180^\circ$

$4x = 180^\circ$

$x = \dfrac{180^\circ}{4} \therefore \underline{\hat{x} = 45^\circ}$

هدایت: $3\hat{x} = ?$ کله چې $\hat{x} = 45^\circ$ نو

$3 \cdot 45 = 135$

(C). $x + (23^\circ,19') + (31') + (11^\circ,25',30'') = 90^\circ$

$x + (65^\circ,44',30'') = 90^\circ$

$x = 90^\circ - (65^\circ,44',30'')$

or $x = (89^\circ,59',60'') - (65^\circ,44',30'')$

$\hat{x} = 24^\circ,15',30''$

د پاتې جزونو حل په راتلونکي مخ کې وګورئ.

(d). $2x+90^\circ+x=180^\circ$

$3x+90^\circ=180^\circ$

$3x=180^\circ-90^\circ$

$x=\frac{90^\circ}{3}$

$\hat{x}=30^\circ$

هدارنګه $2\hat{x}=2.30^\circ$

$2\hat{x}=60^\circ$

(e). $x+x+4x=180^\circ$

$6x=180^\circ$

$x=\frac{180^\circ}{6}$

$\hat{x}=30^\circ$

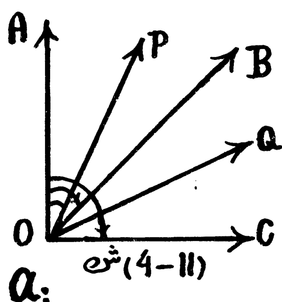
بله د $\hat{x}$ زاویه هم 30° ده.

او $4\hat{x}$ عبارت ده له:

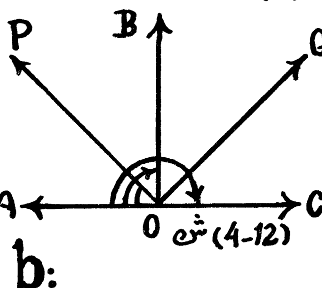
$4\hat{x}=4.30^\circ=120^\circ$

3. د $A\hat{O}B$ او $B\hat{O}C$ دوه مساوی مجاورې زاویې دی که $\overline{OP}$ د $A\hat{O}B$ ناصف او $\overline{OQ}$ د $B\hat{O}C$ ناصف وی، د $A\hat{O}P$ زاویه په لاندې حالاتو کې څو درجې ده؟ a: په هغه حالت کې چه نوموړې زاویې یو دبل مکملې وی؟ b: چه دواړه یو دبل متممې وی؟ c: که د نوموړې زاویې پراخوالی 120° وی؟

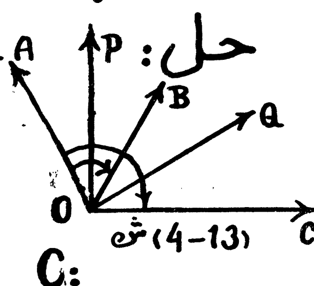
حل:



a:



b:



C:

a: $A\hat{O}P=\frac{A\hat{O}B}{2}=\frac{45^\circ}{2}$, $A\hat{O}P=22^\circ 30'$

b: $A\hat{O}P=\frac{A\hat{O}B}{2}=\frac{90^\circ}{2}$, $A\hat{O}P=45^\circ$

c: $A\hat{O}P=\frac{A\hat{O}B}{2}=\frac{60^\circ}{2}$, $A\hat{O}P=30^\circ$

4. دیوې زاویې د پراخوالی دوه چنده د هغې د متممې د پنځه چنده څخه 32° لږ ده د هرې زاویې پراخوالی معلوم کړی؟

حل:

$$2x = 5y - 32^\circ \quad \ldots\ldots (I)$$

$$x + y = 180^\circ \quad \ldots\ldots (II)$$

د (II) رابطې څخه د x قیمت پیداکوو:

$$x = 180^\circ - y$$

د x قیمت په I رابطه کې وضع کوو

$$2(180^\circ - y) = 5y - 32^\circ$$

$$360^\circ - 2y = 5y - 32^\circ$$

$$-2y - 5y = -360^\circ - 32^\circ$$

دواړه خواوې د مساوات په (1-) ضربوو.

$$2y + 5y = 360^\circ + 32^\circ$$

$$7y = 392^\circ$$

د مساوات دواړه خواوې په (7) ویشو.

$$\underline{\hat{y} = 56^\circ}$$

اوس د x قیمت له II رابطې څخه پیداکوو.

$$x + y = 180^\circ$$

$$x + 56^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 56^\circ$$

$$\hat{x} = 124^\circ$$

میزان:

$$x + y = 180^\circ$$

$$124^\circ + 56^\circ = 180^\circ$$

$$180^\circ = 180^\circ$$

$$2x = 5y - 32^\circ$$

$$2 \cdot 124^\circ = 5 \cdot 56^\circ - 32^\circ$$

$$248^\circ = 280^\circ - 32^\circ$$

$$\underline{\underline{248^\circ = 248^\circ}}$$

په بله طریقه حل:

که لومړۍ زاویه په x وښیو نو دوهمه زاویه یې $(x - 180^\circ)$ درجې ده.

$$2x + 32 = 5(180^\circ - x)$$

$$2x + 32 = 900 - 5x$$

$$2x + 5x = 900 - 32$$

$$7x = 868$$

$$x = \frac{868^\circ}{7}$$

$$\therefore \hat{x} = 124^\circ$$

$$\text{دوهمه زاویه} = 180^\circ - 124^\circ$$

$$\text{〃} = 56^\circ$$

5. د $A\hat{O}D$ د $B\hat{O}C$ د زاويې دڅلورمې برخې په اندازه ده دشکل له مخې دنوموړو زاويو اندازه معلومه کړئ؟

حل:

$$A\hat{O}D = 4\,B\hat{O}C \ldots\ldots I$$

$$A\hat{O}D + D\hat{O}C + B\hat{O}C = 180^\circ$$

$$A\hat{O}D + B\hat{O}C + 90^\circ = 180^\circ$$

(4_14) شکل

$$A\hat{O}D + B\hat{O}C = 180^\circ - 90^\circ$$

$$A\hat{O}D + B\hat{O}C = 90^\circ$$

$$A\hat{O}D = 90^\circ - B\hat{O}C$$

په I رابطه کې د $A\hat{O}D$ قيمت وضع کوو:

$$90^\circ - B\hat{O}C = 4\,B\hat{O}C$$

$$90^\circ = 4\,B\hat{O}C + B\hat{O}C$$

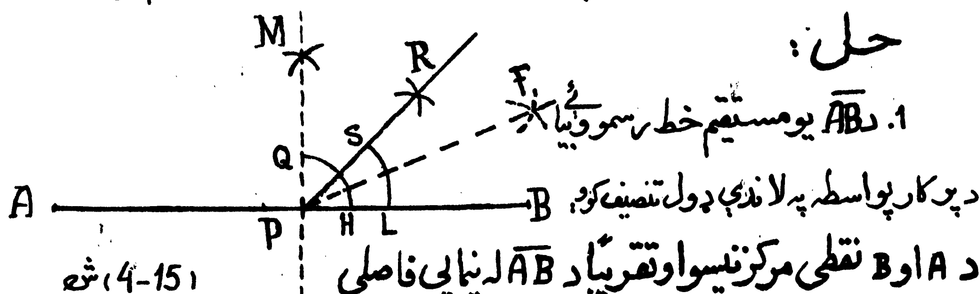
$90^\circ = 5\,B\hat{O}C$ پس $B\hat{O}C = \dfrac{90^\circ}{5}$

$$B\hat{O}C = 18^\circ$$

نو اوس د I رابطې څخه د $B\hat{O}C$ د قيمت دوضع کولو وروسته د $A\hat{O}D$ قيمت عبارت دی له: $A\hat{O}D = 4 \cdot 18^\circ$ $\quad$ $\underline{A\hat{O}D = 72^\circ}$

6. آيا کولای شو دي پرکار پواسطه $22^\circ.5$ زاويه رسم کړو؟

حل:



(4-15) شکل

1. د $\overline{AB}$ يومستقيم خط رسموو بيا د پرکار پواسطه په لاندې دول تنصيف کوو. د A او B نقطې مرکز نيسو او تقريباً د $\overline{AB}$ له نيمايي فاصلې څخه په زياته اندازه شعاع پورتنی او لاندينی خواته ئې يو يو قوس رسموو چه د M او N په نقطو کې قطع کړي، د $\overline{MN}$ د $\overline{AB}$ د P په نقطه کې قطع کوي نو $B\hat{P}M = 90^\circ$ ده.

2. اوس $B\hat{P}M$ زاويه په لاندې دول تنصيف کوو:

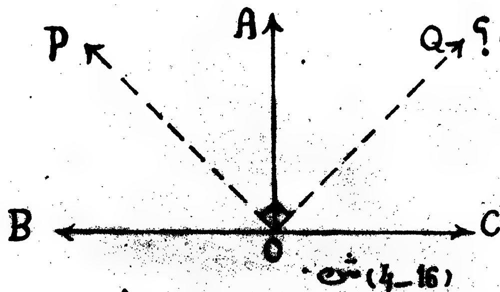
الف: د P نقطه مرکز نیسو او په اختیاري شعاع یو قوس رسموو چې $\overline{BP}$ او $\overline{PM}$ د H او Q په نقطو کې قطع کړي.

ب: د پرکار خوله د $\overline{HQ}$ له نیمايي څخه په زیاته اندازه خلاصوو، H او Q مرکز نیسو او قوسونه رسموو چې د R په نقطه کې قطع کړي او $B\hat{P}R=45^\circ$ دی.

ج: $B\hat{P}R$ زاویه د پورتني هدایاتو په نظر کې نیولو سره بیا نصفوو چې په نتیجه کې $B\hat{P}F=22.5^\circ$ په لاس راځي.

7. که د دوو مجاورو زاویو ناصفونه یو په بل عمود وي نو ثبوت کړئ چې نوموړې زاویې یو د بل متممې دي؟

حل:



$$A\hat{O}Q=Q\hat{O}C \quad \ldots I$$

$$A\hat{O}P=P\hat{O}B \quad \ldots II$$

د I او II رابطې څواړه جمع کوو لیکو:

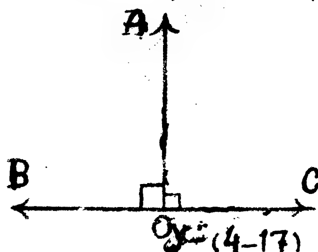
$$A\hat{O}Q+A\hat{O}P=Q\hat{O}C+P\hat{O}B \;,\; A\hat{O}Q+A\hat{O}P=90^\circ=Q\hat{O}C+P\hat{O}B$$

$$A\hat{O}C+A\hat{O}B=\underbrace{A\hat{O}P+P\hat{O}B}_{90^\circ}+\underbrace{A\hat{O}Q+Q\hat{O}C}_{90^\circ}$$

$$A\hat{O}C+A\hat{O}B=90^\circ+90^\circ \quad \therefore \quad \underline{A\hat{O}C+A\hat{O}B=180^\circ}$$

8. که د دوو متممو مجاورو زاویو پراخوالی سره مساوي وي ثبوت کړئ چې د هرې یوې اندازه 90° ده او مشترکه ضلع ئې د هغوی په خارجي ضلع عموده ده؟

حل:



$A\hat{O}C=A\hat{O}B$ ... قرار فرضیه

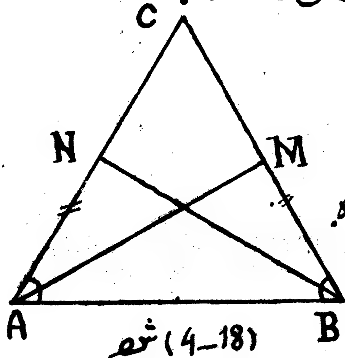
$A\hat{O}C+A\hat{O}B=180^\circ$

$A\hat{O}B+A\hat{O}B=180^\circ \;;\; 2A\hat{O}B=180^\circ \therefore A\hat{O}B=90^\circ$

څرنګه چې $A\hat{O}B=A\hat{O}C$ ده نو $\underline{A\hat{O}C=90^\circ}$

داچه د قایمو زاویو ضلعي یو پر بل باندې عمود دي، نو څرنګه چه $\overline{OA}$ هم د $A\hat{O}C$ یوه ضلعه ده او هم د $A\hat{O}B$، نو $\overline{OA}$ هم په $\overline{OC}$ او هم په $\overline{OB}$ باندې عمود دی

9. ثبوت کړی چه په هر متساوي الساقین مثلث کې په مساوي ساقونو مربوطه میاني یخپل منځ کې سره مساوي دي؟



(4–18) شکل

حل: د $A\hat{N}B$ او $A\hat{M}B$ مثلثونه سره مقایسه کوو:

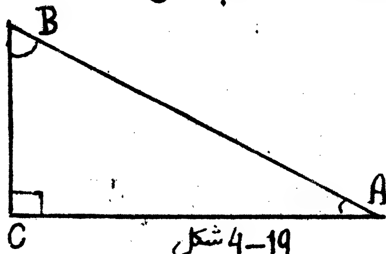
د $\overline{AB}$ ضلعه د دواړو مثلثو مشترکه ضلع ده.

$\overline{MB}=\overline{AN}$ ..... د مساوي ضلعو د تنصیف له قراره

$M\hat{B}A=B\hat{A}N$ ..... د متساوي الساقین مثلث

نو $A\hat{N}B \cong A\hat{M}B$ ځکه چه د یو مثلث دوې ضلعې او محتوي زاویه د بل مثلث د دوو ضلعو او محتوي زاوېې سره مساوي دي. نو $\overline{AM}=\overline{NB}$.

10. د $A\hat{B}C$ په مثلث کې د $\hat{A}$ د $\hat{B}$ دوه چنده او د $\hat{C}$ پراخوالی د $\hat{A}$ دری چنده دی نو موږ زاویې په لاس راوړئ؟



4–19 شکل

حل:

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$

$\hat{B}=2A$ I

$\hat{C}=3A$ II

I او II رابطې خوا په خوا سره جمع کوو:

$\hat{A}+2\hat{A}+3\hat{A}=1$

$\hat{A}+5\hat{A}=180^\circ$

$6\hat{A}=180^\circ$

$\hat{A}=\frac{180^\circ}{6}=30^\circ$

$\hat{A}=30^\circ$

$\hat{B}=2.30^\circ=60^\circ$

$\hat{C}=3.30^\circ=90^\circ$



11. د $A\hat{B}C$ دمثلث دقاعدې اوږدوالی دهغه دمربوطه ارتفاع دڅلورمې برخې سره مساوي ده که قاعده د مثلث 56 cm وي نو د مثلث مساحت معلوم کړئ؟

حل: که قاعده b او ارتفاع h فرض کړو نو:

2 ÷ قاعده . ارتفاع = د مثلث مساحت

$$b = \frac{1}{4}h \qquad A = h \cdot b \div 2$$

$$b = 56\,cm \qquad A = \overset{28}{56}\,cm \cdot 224\,cm \cdot \frac{1}{2}$$

$$h = ? \qquad A = 28\,cm \cdot 224\,cm$$

$$56\,cm = \frac{1}{4} \cdot h \qquad A = 6272\,cm^2$$

$$h = 56\,cm \cdot 4$$

$$h = 224\,cm$$

12. که د $A\hat{B}C$ په مثلث کې د $\overline{AB}$ دضلعې اوږدوالی د $\overline{BC}$ ضلعې داوږد والی له $\frac{2}{3}$ سره او د $\overline{AC}$ د $\overline{AB}$ دضلعې له دوه چنده سره مساوي وي که چېرې $\overline{BC} = 3\,cm$ سره وي نو د مثلث دوه نورې ضلعې په لاس راوړئ؟

حل:

$$\overline{AC} = 2\,\overline{AB} \qquad \overline{AB} = \frac{2}{3} \cdot 3\,cm \qquad \overline{BC} = 3\,cm$$

$$\overline{AC} = 2 \cdot 2\,cm = 4\,cm. \qquad \overline{AB} = 2\,cm \qquad \overline{AB} = \frac{2}{3}\,\overline{BC}$$

13. په لاندې شکل کې M د $\widehat{AB}$ دقوس د تنصيف نقطه ده او OM د دايرې شعاع ده ثبوت کړئ چه:

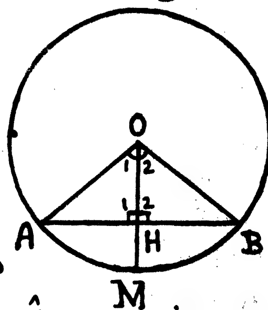
a: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ b: $\overline{OH}$ په $\overline{AB}$ عمود دی؟

حل:

اوس د $A\hat{O}H$ او $H\hat{O}B$ په مثلثونو کې ګورو:

$\overline{AH} = \overline{HB}$ ..... دفرضيې له قراره

ځکه چه يوه ضلع يو قوس نيموي نو د هغې مقابل وتر هم نيموي له بلې خوا $\overline{OH}$ په دواړو مثلثو کې شريکه ده. او هم $\overline{OA} = \overline{OB}$ ځکه چې د دايرې شعاع ده. او په هدې ترتيب $A\hat{O}H \cong H\hat{O}B$ نو د مثلثونو دانطباق پذيرې د حالتوله مخې ويلای شو چه $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ او $\hat{A} = \hat{B}$ او $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ ده. ځرنګه چه $\hat{H}_1 = \hat{H}_2$ او متممې دي نو ويلای شو چه $\overline{OH}$ د H په نقطه کې په $\overline{AB}$ عمود دی.



شکل 4-20

پس د A د سټ طاقت ښوونکی (طاقت نما) سټ عبارت دی له:

$$P(A)=\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$$

د یو سټ مکمله سټ (Complement of set):

که U کلی سټ او A د هغه فرعی سټ وی د U د هغو عناصرو سټ کوم چه د A په سټ کې شامل نه وی د A د مکمله سټ په نوم یادیږی.

مثلاً

$U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$A=\{1, 3, 4\}$ یا $A\subset U$

$A'=\{2, 5, 6\}$ یا $A'=U-A$

$=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}-\{1, 3, 4\}=\{2, 5, 6\}$

یاد ارنګه لیکو چه: $A'=U-A$ ، $A'=\{X/X\in U$ اما $X\notin A\}$

د سټ ښوونه*:

په ریاضیاتو کې عموماً سټونه په دریو طریقو سره ښوول کیږی:

۱. د پیلو په طریقه (د لست کولو طریقه): لکه:

B={حج ، روژه ، زکات ، لمونځ ، کلمه}

2. دوهم طریقه یعنی هندسی ښوونه: لکه:

B= [زکات ، لمونځ ، کلمه ، روژه ، حج]

3. توصیفی ښوونه: لکه:

A={د اسلام پنځه بناوې}

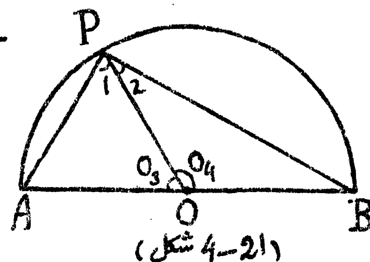
(*) نوټ: عموماً په ریاضیاتو کې سټونه د انګلیسی د الفبا د غټو تورو په واسطه نومول کیږی.

14. دلاندې شکل پښان د (O) یوه نیمه دایره راکړشوې ده:

a: ثبوت کړي چه $A\hat{O}P$ او $B\hat{O}P$ مثلثونه متساوي الساقین دي؟

b: $\hat{A}+\hat{P}_1+\hat{P}_2+\hat{B}=?$ c: که $\widehat{AP}=60^\circ$ وي د $\hat{O}_3$ او $\widehat{PB}$ اندازې پیداکړي؟

حل:



(4-21 شکل)

د a جز: څرنگه چه د $A\hat{O}P$ مثلث د $\overline{OA}$ او $\overline{OP}$ ضلعې او د $B\hat{O}P$ د مثلث، $\overline{OP}$ او $\overline{OB}$ دوه ضلعې د دایرې شعاع دي نو موږ مثلثونه متساوي الساقین دي.

د b جز: څرنگه چه نو موړې زاويې ($\hat{A}$، $\hat{P}_1$، $\hat{P}_2$، $\hat{B}$) د $A\hat{O}P$ او $B\hat{O}P$ د مثلثونو داخلي زاويې دي او د نوموړو مثلثونو پاته دوې زاويې $\hat{O}_4$، $\hat{O}_3$ یو د بل متممې دي،

نو لیکو چه: $\hat{O}_1+\hat{O}_2=180^\circ$ $\qquad \hat{A}+\hat{P}_1+\hat{P}_2+\hat{O}_3+\hat{O}_4+\hat{B}=360^\circ$

څکه چه د یو مثلث د داخلي زاویو اندازه 180° ده نو د دواړو مثلثونو 360° دي نو: $\hat{A}_1+\hat{P}_1+\hat{P}_2+180^\circ+\hat{B}=360^\circ$

د مساوات له دواړو خواوو څخه 180° کموو. $\hat{A}_1+\hat{P}_1+\hat{P}_2+\hat{B}=360^\circ-180^\circ$

$$\hat{A}_1+\hat{P}_1+\hat{P}_2+\hat{B}=180^\circ$$

د c جز حل: څرنگه چه د $\hat{O}_3$ زاويې مقابل قوس $\widehat{AP}$ دی او له بلې طرفه د کومې زاويې مقابل قوس د نوموړې زاويې سره مساوي دی او هغه متناسب بېلوي نو ویلای شو چه: $\hat{O}_3=60^\circ$ څرنگه چه $\hat{O}_4$ د $\hat{O}_3$ متممه ده نو لیکلای شو:

$$\hat{O}_4=180^\circ-\hat{O}_3$$

$$\hat{O}_4=180^\circ-60^\circ \quad \therefore \quad \hat{O}_4=120^\circ$$

پس د $\widehat{BP}$ د قوس اندازه چه د نوموړې زاويې مخ ته واقع دی هم 120° کیږي.

15. ثبوت کړي چه د لوزي قطرونه یو پر بل عمود دي؟

حل: لاندې لوزي (د راتلونکې صفحې ۵۵) شکل په نظر کې نیسو.

$(3x+15^\circ)+(x+5^\circ)=180^\circ$

د x قیمت په اړابطه کې ږدو:

$3x+15^\circ+x+5^\circ=180^\circ$

$x+5^\circ=2x-35^\circ$

$4x+20^\circ=180^\circ$

$40^\circ+5^\circ=2.40^\circ-35^\circ$

$4x=180^\circ-20^\circ\ ;\ 4x=160^\circ$

$45^\circ=80^\circ-35^\circ$

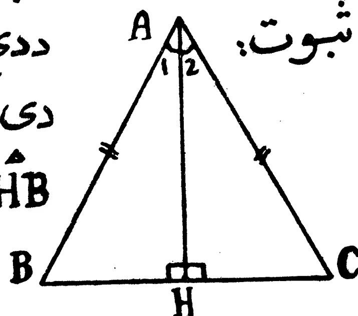
$\therefore x=\frac{160}{4}\qquad \hat{x}=40^\circ$

$45^\circ=45^\circ$

پس د $\overline{MN}$ او $\overline{RT}$ مستقیم خطونه سره موازي دي.

3. که د یو متساوی الساقین مثلث د قاعدې وسطی نقطه د مقابل راس سره وصل شي، ثبوت کړئ چه دا کرښه د مثلث د راس زاویه نیمايي کوي؟

ثبوت: ددې لپاره چه ثابت کړو $\overline{AH}$ د $A\hat{B}C$ د $\hat{A}$ ناصف دی باید ثبوت کړو چه $\hat{2}=\hat{1}$ دی نود $A\hat{H}C$ او $A\hat{H}B$ په مثلثونو کې لرو چه:



(4-25) شکل

$\overline{AB}=\overline{AC}$ له قراره د متساوالساقین مثلث

$\overline{BH}=\overline{HC}$ ځکه چه $\overline{AH}$ د $\overline{BC}$ ناصف دی.

$\overline{AH}=\overline{AH}$ ځکه چه داخط په دواړو مثلثونو کې مشترک ضلع ده.

ددې حکمونو په اساس دواړه مثلثونه انطباق منونکي دي پس $\hat{2}=\hat{1}$ دی.

4. په لاندې شکلونو کې د $\hat{x}$ زاویې قیمت پیدا کړئ؟

ثبوت: د $A\hat{B}C$ په مثلث کې د $\hat{x}$ قیمت داسې معلوموو چه:

$A\hat{B}C=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)$

$A\hat{B}C=180^\circ-122^\circ$

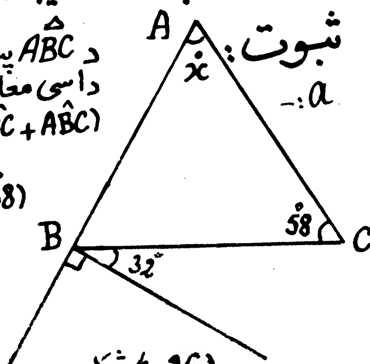
$A\hat{B}C=58^\circ$

$\hat{x}=180^\circ-(A\hat{B}C+A\hat{B}C)$

$\hat{x}=180^\circ-(58^\circ+58^\circ)$

$\hat{x}=180^\circ-116^\circ$

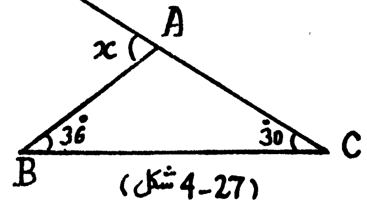
$\hat{x}=64^\circ$



(4-26) شکل

b:- په شکل کې ګورو چه د $\hat{x}$ د مثلث خارجي زاوي ده نو

$\hat{x} = 36^\circ + 30^\circ \therefore \hat{x} = 66^\circ$



(4-27 شکل)

د پورتنې مسئلې په اړوند د اتم او نهم ټولګیو په هندسه کې داسې قضیې ثبوت کړې چه په یو مثلث کې د یوې خارجي زاویې پراخوالی مساوي دی د مثلث د دوو غیر مجاورو زاویو د پراخوالي سره ځکه پورتنې مسئله کې د $\hat{x}$ خارجي او 36° او 30° زاویې د مثلث داخلي غیر مجاورې زاویې دي.

c:-

$\hat{B}_1 = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ)$

$\hat{B}_1 = 180^\circ - 120^\circ$

$\underline{\hat{B}_1 = 60^\circ}$

$\hat{B}_2 = 180^\circ - B_1$

$\hat{B}_2 = 180^\circ - 60^\circ$

$\underline{\hat{B}_2 = 120^\circ}$

$\hat{C}_3 = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ)$

$\hat{C}_3 = 180^\circ - 150^\circ$

$\underline{\hat{C}_3 = 30^\circ}$

$\hat{x} = 180^\circ - (\hat{B}_2 + \hat{C}_3)$

$\hat{x} = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ)$

$\hat{x} = 180^\circ - 150^\circ$

$\underline{\hat{x} = 30^\circ}$

(4-28 شکل)

5. مسئله: د x قیمت تعین کړی؟

a:- د هره یوه زاویه یو د بل متمم ده.

$\hat{A}_1 = 180^\circ - 104^\circ$

$\underline{\hat{A}_1 = 76^\circ}$

$\hat{D}_2 = 180^\circ - 123^\circ$

$\underline{\hat{D}_2 = 57^\circ}$

$\hat{C}_2 = 180^\circ - 84^\circ$

$\underline{\hat{C}_2 = 96^\circ}$

$\hat{B}_2 = 360^\circ - (\hat{A}_2 + \hat{C}_2 + \hat{D}_2)$

$\hat{B}_2 = 360^\circ - (104^\circ + 96^\circ + 57^\circ)$

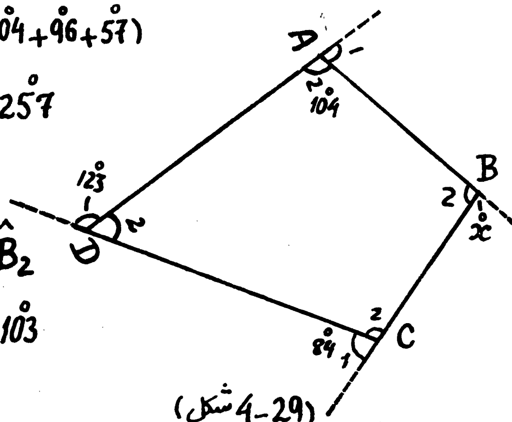
$\hat{B}_2 = 360^\circ - 257^\circ$

$\underline{\hat{B}_2 = 103^\circ}$

$\hat{x} = 180^\circ - \hat{B}_2$

$\hat{x} = 180^\circ - 103^\circ$

$\underline{\hat{x} = 77^\circ}$



(4-29 شکل)

b:-

$\hat{C}_2 = 180° - 106°$

$C_2 = 74°$

خرنګه چه د هرې څلور ضلعي د خارجي زاویو اندازه 360° ده نو لیکلای شو چه:

$\therefore\ \hat{x} = 360° - (\hat{A}_2 + \hat{B}_2 + \hat{C}_2)$

$\hat{x} = 360° - (102° + 74° + 83°,30')$

$\hat{x} = 360° - 259°,30' = 359°,60' - 259°,30'$

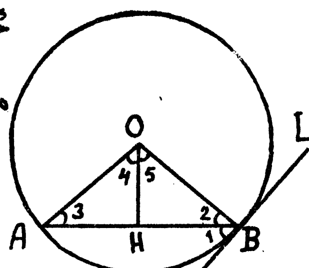
$\hat{x} = 100°,30'$

(4-30 شکل)

6. مسئله: L مماس او B د تماس نقطه ده که $54°,30'$ = $\hat{1}$ وي د $\hat{2}$، $\hat{3}$، $\hat{4}$، $\hat{5}$ پراخوالی معلوم کړی؟

$A\hat{O}B = 2(\hat{1}) = 2(54°,30') \quad \therefore A\hat{O}B = 108°,60'$

ځکه چه د مرکزی زاویې اندازه د مماسی زاویې چه د عین قوس په مقابل کې واقع وی، دوه چنده ده.



(4-31) شکل

$\hat{1} + \hat{2} = 90°$ ځکه چه د دایرې شعاع د تماس په نقطه کې په مماس باندې عمود ده. نو

$\hat{2} = 90° - 54°,30'$

$\hat{2} = 89°,60' - 54°,30'$

$\hat{2} = 35°,30'$

$\hat{3} = \hat{2}$

$\hat{3} = 35°,30'$

$\hat{4} = \frac{1}{2} A\hat{O}B$

$\hat{4} = \frac{1}{2}(108°,60')$

$\hat{4} = 54°,30'$

$\hat{5} = \hat{4}$

$\hat{5} = 54°,30'$

7. په (4-32) شکل کې $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$، $\overline{CD} \parallel \overline{PQ}$ او $70°$ = $B\hat{G}E$ دی د $G\hat{H}C$، $Q\hat{R}H$ او $P\hat{R}F$ پراخوالی معلوم کړی؟

حل یې په راتلونکی مخ (۵۹) کې وګورئ.

د الف جز:

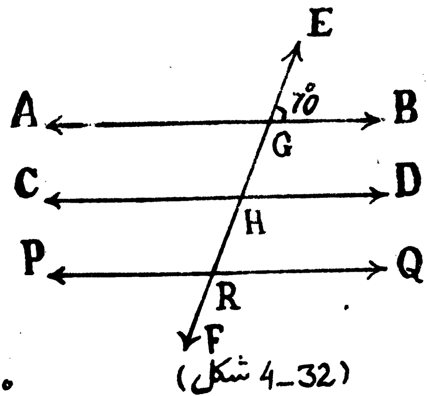
$G\hat{H}C = ?$

$G\hat{H}C = B\hat{G}H$ .... داخلي متبادل دي

$B\hat{G}H = 180^\circ - B\hat{G}E$ له بلې خوا

$= 180^\circ - 70^\circ$

$B\hat{G}H = 110^\circ \quad \therefore G\hat{H}C = 110^\circ$



(4-32 شکل)

د ب جز:

$Q\hat{R}H = ?$

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ او $\overline{CD} \parallel \overline{PQ}$ دي پس $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ سره هم وي بنا ء

$Q\hat{R}H = B\hat{G}E = 70^\circ$ .... د متوافقې له قراره

پس $Q\hat{R}H = 70^\circ$

د ج جز: $P\hat{R}F = ?$

$\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ دي پس

$P\hat{R}F = B\hat{G}E = 70^\circ$ .... خارجي متبادله زاويې

پس $P\hat{R}F = 70^\circ$

8. که $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ او $B\hat{A}D = 115^\circ$ وي د $A\hat{D}C$ پرا خوالې معلوم کړي، او که $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ وي نو $B\hat{C}D$ څو درجې ده ؟ (4-33 شکل).

حل:

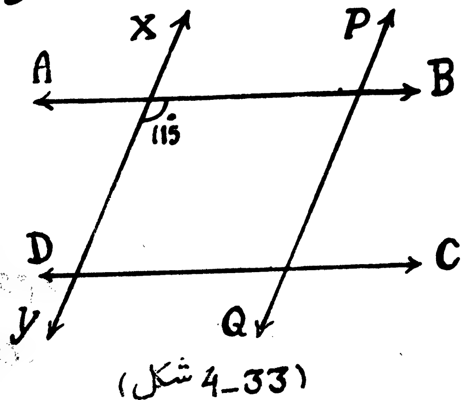
الف: $A\hat{D}C = ?$

$A\hat{D}C = B\hat{A}X$ .... متوافقه دي

$B\hat{A}X = 180^\circ - 115^\circ$

$B\hat{A}X = 65^\circ$

$\therefore \underline{A\hat{D}C = 65^\circ}$



(4-33 شکل)

ب: $B\hat{C}D = ?$

$\overline{XY} \parallel \overline{PQ}$ دی پس $A\hat{D}C = D\hat{C}Q = 65^\circ$ ..... داخلی متبادلې دی

$B\hat{C}D = 180^\circ - D\hat{C}Q$

$= 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ \quad , \quad \therefore \quad B\hat{C}D = 115^\circ$

تبصره: د ب ج ز د (۱، ۲، ۳، ۴) قضیې په مرسته هم حل کولای شو:

$B\hat{C}D = B\hat{A}D = 115^\circ$ (ځکه چه د متوازي الاضلاع متقابلې زاوېې سره مساوي دي)

9. په (4-34) شکل کې $\overline{BA} \parallel \overline{ED}$ او $\overline{BC} \parallel \overline{EF}$ دی د $D\hat{E}F$ زاوېې پراخوالی معلوم کړی؟

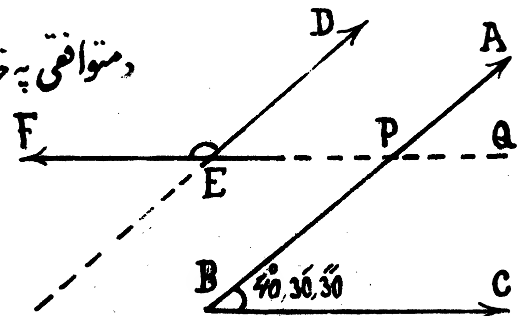
حل:
ترسیم: - $\overline{FE}$ مستقیم ته امتداد ورکوو ترڅو $\overline{AB}$ ضلع د P په نقطه کې قطع کړي، همدا ډول $\overline{DE}$ مستقیم ته هم امتداد ورکوو.

$A\hat{P}Q = P\hat{B}C = 40^\circ 30' 30''$ ..... د متوافقې په خاطر

$A\hat{P}E = 180^\circ - (40^\circ 30' 30'')$

$= 179^\circ 59' 60'' - 40^\circ 30' 30''$

$A\hat{P}E = 139^\circ 29' 30''$



(4-34 شکل)

$\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ دی پس

$D\hat{E}F = A\hat{P}E = 139^\circ 29' 30''$ ..... متوافقې دی

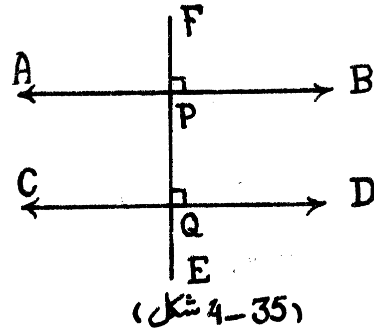
$\therefore D\hat{E}F = 139^\circ 29' 30''$

10. ثبوت کړی چه که یوه مستقیمه کرښه په یوه له دو موازی کرښو عمود وی په بله ئې هم عمود دی؟

حل: مفروض: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ دی او د $\overline{FE}$ مستقیم په $\overline{AB}$ مستقیم باندې د P په نقطه

کې عمود واقع شوی دی، ($F\hat{P}B = 90^\circ$).

مطلوب، غواړو ثابت کړو چه $\overline{FE}$ مستقیم پر $\overline{CD}$ مستقیم باندې د Q په نقطه کې هم عمود دی.



(4-35 شکل)

ثبوت: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ دی پس

$F\hat{P}B = P\hat{Q}D = 90^\circ$ ... متوافق زاویې دي.

دغه رابطه دا راښیي چه $\overline{EF}$ مستقیم د $\overleftrightarrow{CD}$ پر مستقیم باندې د Q په نقطه کې کې هم عمود دی.

(2-4-2) قضیه.

11. وښیئ چه د هر قایم الزاویه مثلث وتر د هغه مثلث د هرې قایمې ضلعې څخه اوږد دی؟

حل: پوهیږو چه په هر قایم الزاویه مثلث کې، وتر د قایمې زاویې په مقابل کې او هر یوه قایمه ضلع ئې د حاده زاویې په مقابل کې واقع دی، څرنگه چه قایمه زاویه لویه ده د حاده زاویې څخه، پس نظریه (1-3-4*) قضیه، په هر قایم الزاویه مثلث کې، د وتر اوږدوالی لوی دی د هرې یوې قایمې ضلعې څخه.

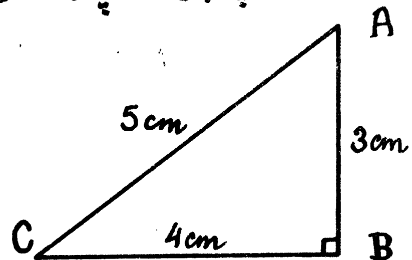
د مثال په ډول، په لاندې قایم الزاویه مثلث کې وګورې لیدل کیږي چه:

$\overline{AC} > \overline{AB}$

یا $5cm > 3cm$

همدا ډول: $\overline{AC} > \overline{BC}$

یا $5cm > 4cm$



(4-36 شکل)

---

* په هر مثلث کې هغه ضلع چه د لویې زاویې مخ ته واقع وي لویه ده د هغې ضلعې څخه چه د کوچنۍ زاویې مخ ته واقع وي.

12. د یوه متساوی الساقین مثلث زاویې په هغه صورت کې محاسبه کړی چه د قاعدې د هرې یوې، اندازه ئې د هغه د راس د زاویې څلورچنده وي ؟

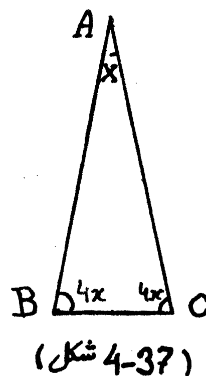
حل:

که د راس زاویه په X وښیو پس د قاعدې هره زاویه به 4X وی.

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$$

$$X+4X+4X=180^\circ$$

$$9X=180^\circ \quad , \quad X=180^\circ/9 \quad \therefore X=20^\circ$$



(4-37 شکل)

یا په بل عبارت: که د راس زاویه ئې یوه برخه ونیسو، د قاعدې هره زاویه څلور برخې ده. پس:

یوه برخه + 4 برخې + 4 برخې $=180^\circ$, $180^\circ=$ 9 برخې $\therefore$ یوه برخه $=20^\circ$

13. د $A\hat{B}C$ په متساوی الساقین مثلث کې چه $\overline{AB}=\overline{AC}$ دی که $\hat{B}$ او $\hat{C}$ د $\overline{OB}$ او $\overline{OC}$ په وسیله تنصیف کړی ثبوت کړی چه:

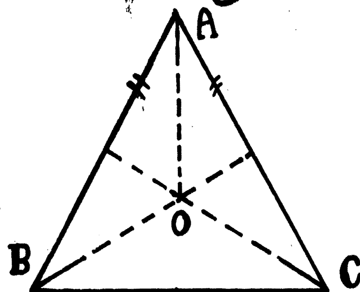
a: $\overline{OC}=\overline{OB}$ b: $\overline{OA}$ د $\hat{A}$ ناصف الزاویه دی.

حل: a: د $O\hat{B}C$ په مثلث کې لرو:

$O\hat{B}C=O\hat{C}B$ . . . د تنصیف له مخې

پس د $O\hat{B}C$ مثلث متساوی الساقین دی

بناءً $\overline{OC}=\overline{OB}$



(4-38 شکل)

b: څرنګه چه د O نقطه د $\overline{OB}$، $\overline{OC}$ او $\overline{OA}$ پر مستقیم خطونو قرار لری، یا په بل عبارت د $\overline{OB}$، $\overline{OC}$ او $\overline{OA}$ مستقیم خطونو یو بل په یوه نقطه کې سره قطع کړی، پس د $\overline{OA}$ مستقیم د $\hat{A}$ ناصف الزاویه دی، داځکه چه د یوه مثلث ناصف الزاوې په یوه نقطه کې متلاقی واقع کیږی.

14. ثبوت کړئ چه د یوه متساوي الساقین قایم الزاویه مثلث د هر یوې حادې زاویې پراخوالی 45° دی؟

ثبوت: نظر په (1-3-3) قضیې پوهېږو چه:

$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$

$\hat{A}=\hat{C}$ له بلې خوا

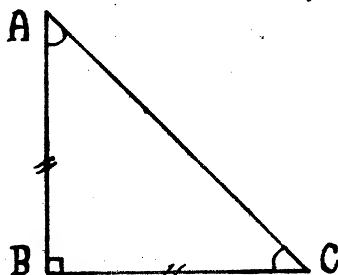
$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=180°$

$\hat{A}+\hat{A}+\hat{B}=180°$

$2\hat{A}+90°=180°$

$2\hat{A}=180°-90°$ ، $2\hat{A}=90°$

$\therefore \hat{A}=45°$



(4-39 شکل)

څرنګه چه: $\hat{A}=\hat{C}$

پس $\hat{C}=45°$

15. که د $A\hat{B}C$ د $\overline{BC}$ ضلعې ته امتداد ورکړو په هغه صورت کې چه $D\hat{C}A=134°$ او $B\hat{A}C=42°$ وي د مثلث د دریو نورو زاویو پراخوالی معلوم کړئ؟

حل:

نظر په (1-4-3) قضیې پوهېږو چه:

$D\hat{C}A=\hat{A}+\hat{B}$

$\hat{A}+\hat{B}=D\hat{C}A$

$42°+\hat{B}=134°$

$\hat{B}=134°-42°$

$\hat{B}=92°$

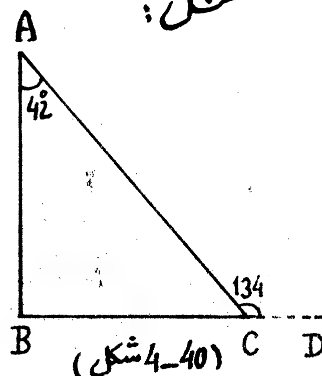
$\hat{C}=180°-(\hat{A}+\hat{B})$

$=180°-(42°+92°)$

$=180°-134°$

$\hat{C}=46°$

یا $\hat{C}=180°-134°$ ، $\therefore \hat{C}=46°$



(4-40 شکل)

16. د ABCD په څلور ضلعي کې د $\hat{B}$ ، $\hat{C}$ او $\hat{D}$ پراخوالی په ترتیب سره $2a$ ، $3a$ ، $4a$ دی که د $\hat{A}$ پراخوالی a وي د هر یوې داخلي زاویې پراخوالی محاسبه کړئ؟

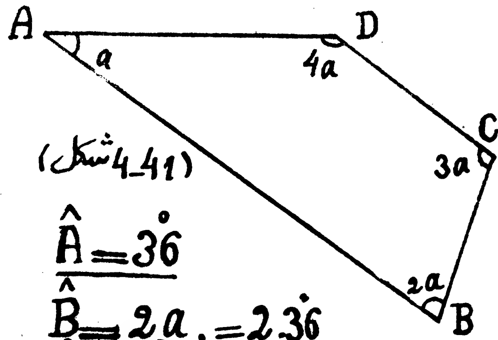
نظر په (4-3-1) قضیې پوهیږو چې:

$$\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}+\hat{D}=360^\circ$$

$$a+2a+3a+4a=360^\circ$$

$$10a=360^\circ$$

$$a=36^\circ$$



(4-41 شکل)

$$\underline{\hat{A}=36^\circ}$$

$$\hat{B}=2a\,,=2.36$$

$$\underline{\hat{B}=72^\circ}$$

$$\hat{C}=3a=3.36\ \therefore\ \underline{\hat{C}=108^\circ}$$

$$\hat{D}=4a=4.36\ \therefore\ \underline{\hat{D}=144^\circ}$$

17: دیوې متوازي الاضلاع دیوې زاویې پراخوالی 55° ده د نورو دریو زاویو پراخوالی معلوم کړی ؟

حل:

$$\hat{C}=\hat{B}=55^\circ\ \therefore\ \underline{\hat{C}=55^\circ}$$

$$\hat{A}+\hat{D}=360^\circ-(\hat{B}+\hat{C})$$

$$=360^\circ-(55^\circ+55^\circ)$$

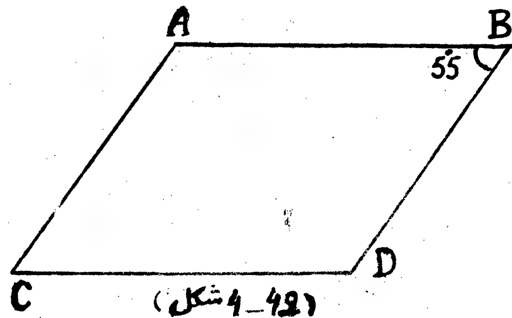
$$=360^\circ-110^\circ=250^\circ$$

$$\hat{A}+\hat{D}=250^\circ$$

څرنګه چې $\hat{A}=\hat{D}$ ده پس

$$2\hat{A}=250^\circ$$

$$\underline{\hat{A}=125^\circ}$$



(4-42 شکل)

$$\hat{D}=\hat{A}=125^\circ\ \therefore\ \underline{\hat{D}=125^\circ}$$

18. که دیوه متوازي الاضلاع یوه زاویه قایمه وي، ثبوت کړی چه نورې زاوي هم قایمې دي؟

حل: مفروض:- د ABCD متوازي الاضلاع کې د $\hat{A}=90^\circ$ ده.

مطلوب:- $\hat{A}=\hat{B}=\hat{C}=\hat{D}=90^\circ$

د ستونو اساسي عملیات:

په حساب کې د جمع، تفریق، ضرب او تقسیم عملیې پېژنو او پوهېږو چه د دغو عملیاتو په نتیجه کې له دوو یا څو عددونو څخه یو ثالث عدد په لاس راځي. په ستونو کې هم د دې عملیو مشابه عملیې وجود لري چه د دغو عملیو په نتیجه کې هم یو ثالث ست د هغو ستونو څخه چه عملیات ورباندې اجرا شوي په لاس راځي، او د ستونو عملیات په لاندې ډول توضیح کوو:

a. د ستونو اتحاد:

که چیرې د A او B دوه ستونه ولرو نو د واړو ستونو اتحاد عبارت له هغه ست څخه دی چه د دواړو ستونو د عناصرو څخه تشکیل شوی وي او په ($A \cup B$) یعني A اتحاد د B سره ښودل کیږي. مثلاً:

$$A=\{a, b, c\}$$
$$B=\{1, 2, 3, a\}$$

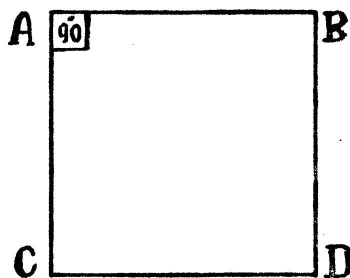
$$A \cup B=\{a, b, c\} \cup \{1, 2, 3, a\} = \{a, b, c, 1, 2, 3\}$$

$$\therefore A \cup B=\{a, b, c, 1, 2, 3\}$$

b. د ستونو تقاطع:

که چیرې A او B دوه ستونه وي نو تقاطع د دغو دوو ستونو عبارت د هغه ست څخه دی چه د مشترکو عناصرو د نوموړو ستونو څخه په لاس راغلی وي او په ($A \cap B$) یعني (A تقاطع د B) سره ښودل کیږي مثلاً:

$$A=\{a, b, c, d\}$$
$$B=\{1, 2, a, b, e, f\}$$
$$A \cap B=\{a, b, c, d\} \cap \{1, 2, a, b, e, f\}=\{a, b\} \quad \therefore A \cap B=\{a, b\}$$



(4-43 شکل)

ثبوت:

پهٔ اساس د (4-3-2) قضیې... $\left.\begin{array}{l}\hat{A}=\hat{D}\\ \hat{B}=\hat{C}\end{array}\right\}$

څرنګه چه $\hat{A}=90^\circ$ ده پس $\underline{\hat{D}=90^\circ}$

له بلې خوا $\hat{B}+\hat{C}=360^\circ-(\hat{A}+\hat{D})$

$=360^\circ-(90^\circ+90^\circ)$

$=360^\circ-180^\circ$

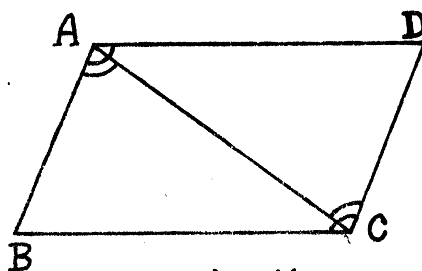
$\hat{B}+\hat{C}=180^\circ$

څرنګه چه $\hat{C}=\hat{B}$ ده پس،

$2\hat{B}=180^\circ$, $\underline{\hat{B}=90^\circ}$

$\underline{\hat{C}=90^\circ}$

19. د ABCD په څلور ضلعي کې $B\hat{A}D=D\hat{C}B$ او $D\hat{C}A=B\hat{A}C$ دی ثبوت کړی چه ABCD متوازی الاضلاع ده؟



(4_44 شکل)

حل، څرنګه چه د $\overline{AC}$ قاطع د $\overline{AB}$ او $\overline{DC}$ مستقیمو سره مساوی متبادله زاويې جوړې کړېدی یعنې $D\hat{C}A=B\hat{A}C$

پس د (2_4_1) قضیې په اساس د $\overline{AB}$ او $\overline{DC}$ مستقیمې سره موازی دی، $\overline{AB}//\overline{DC}$ I

همدارنګه: د مفروض له قراره $D\hat{C}B=B\hat{A}D$ ......

$D\hat{C}A+A\hat{C}B=B\hat{A}C+C\hat{A}D$ II

د II د رابطې چپ طرف نه د $D\hat{C}A$ او د ښې طرف نه ئې د $B\hat{A}C$ زاویه چه دوه مساوی مقدارونه دی طرح کوو:

$\cancel{D\hat{C}A}+A\hat{C}B-\cancel{D\hat{C}A}=\cancel{B\hat{A}C}+C\hat{A}D-\cancel{B\hat{A}C}$

$A\hat{C}B=C\hat{A}D$

څرنګه چه د $\overline{AC}$ قاطع د $\overline{AD}$ او $\overline{BC}$ مستقیمو سره دوه مساوی متبادله زاويې تشکیل کړېدی پس:

$\overline{AD}//\overline{BC}$ III

د I او III د رابطو د ملاحظې څخه نتیجه کیږی چه ABCD یوه متوازی الاضلاع ده.

(4-2-1) تعریف ته مراجعه وکړی.

20. په لاندې شکل کې د $\hat{x}$، $\hat{y}$ او $\hat{z}$ پراخوالی په درجه معلوم کړی؟

حل:

$\hat{x} = 180^\circ - (77^\circ + 47^\circ 20')$

$= 180^\circ - 124^\circ 20'$

$= 179^\circ 60' - 124^\circ 20'$

$\hat{x} = 55^\circ 40'$

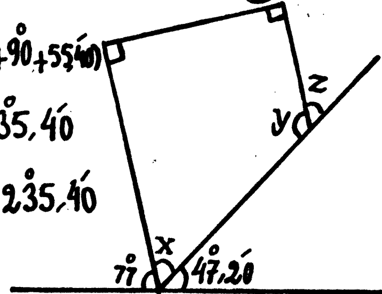
$\hat{y} = 360^\circ - (90 + 90 + \hat{x})$

$= 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 55^\circ 40')$

$= 360^\circ - 235^\circ 40'$

$= 359^\circ 60' - 235^\circ 40'$

$\hat{y} = 124^\circ 20'$



(4-45 شکل)

$\hat{Z} = 180^\circ - \hat{y}$

$\hat{Z} = 180^\circ - 124^\circ 20'$, $\hat{Z} = 179^\circ 60' - 124^\circ 20'$

$\therefore \hat{Z} = 55^\circ 40'$

21. په (4-46) شکل کې د $\overline{AB}=\overline{AC}$ او $\overline{OE}=\overline{OF}$ دی ثبوت کړی چه $\hat{A}_1=\hat{A}_2$ کیږی؟

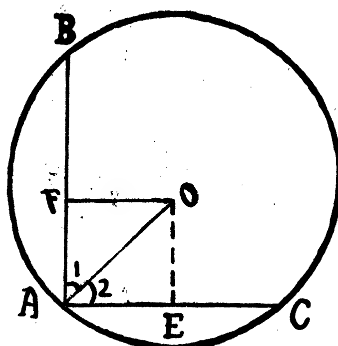
حل:

مفروض: $\overline{AB}=\overline{AC}$ او $\overline{OF}=\overline{OE}$

مطلوب: $\hat{A}_1=\hat{A}_2$

ثبوت: $\overline{OF}=\overline{OE}$ ... د مفروض له قراره

$A\hat{F}O = A\hat{E}O$ ....



(4-46) شکل

پس $AFOE$ متوازی الاضلاع یو مربع دی چه د $\overline{OA}$ د هغه قطر دی بناءً $\hat{A}_1=\hat{A}_2$.

یا په بل عبارت په $A\hat{F}O$ او $A\hat{E}O$ قایم الزاویه مثلثونو کې لروچه:

$\overline{OA}=\overline{OA}$ ..... د قرار مشترك

$\overline{OF}=\overline{OE}$ .... د قرار مفروض

پس نظر په دریم حالت د (3.13.3) قضیې* دوه نوموړی قایم الزاویه مثلثونه انطباق منونکی دی. بناءً $\hat{A}_1=\hat{A}_2$

* نوموړې قضیه د اوومه ټولګی په هندسه کې موجوده ده. (3-13-3)

22. په (4-47) شکل کې L_1 او L_2 د O د دایرې مماسونه دي که د مرکزي زاویې پراخوالی x وي و ښیاست چه $A\hat{B}L_1 = B\hat{A}L_2$ ؟

حل: $O\hat{B}L_1 = O\hat{A}L_2 = 90^\circ \ldots (I)$

ځکه چه مماس د تماس په نقطه کې د دایرې په شعاع باندې عمود دی.

څرنګه چه $A\hat{O}B$ مثلث متساوي الساقین دی پس $\hat{A}_1 = \hat{B}_1$

(4-47) شکل

د I د رابطې د چپ طرف نه د $\hat{B}_1$ زاویه او د ښي طرف نه د $\hat{A}_1$ زاویه چه دواړه مساوي مقدارونه دي طرح کوو:

$$O\hat{B}L_1 - \hat{B}_1 = O\hat{A}L_2 - \hat{A}_1$$

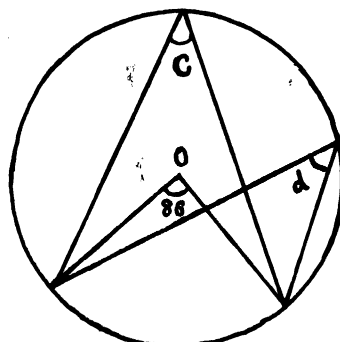
یا $$A\hat{B}L_1 = B\hat{A}L_2$$

23. په (4-48) شکل کې د هغو زاویو پراخوالی معلوم کړئ چه د تورو په واسطه په نښه شوي دي. O د دایرې مرکز دی.

حل:

$$\hat{c} = \frac{86^\circ}{2} = 43^\circ$$
$$\hat{d} = \frac{86^\circ}{2} = 43^\circ$$

ځکه چه $\hat{c}$ او $\hat{d}$ محیطي* زاویې دي.



(4-48) شکل

---

* : د محیطي زاویې اندازه د خپل مقابل قوس له نیمایي سره مساوي وي. (1-8-5) قضیه.

24. په (4-49) شکل کې $\overline{AB}$ د O ددایرې قطر او $\hat{B}=23^\circ$ ده د $\hat{A}$ پراخوالی معلوم کړی؟

حل:

$\widehat{AD}=2\hat{B}$

$\widehat{AD}=2.23^\circ=46^\circ$

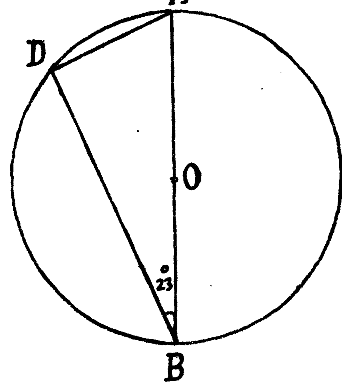
$\widehat{BD}=\widehat{BDA}-\widehat{DA}=180^\circ-46^\circ=134^\circ$

$\widehat{BD}=134^\circ$

$\hat{A}=\frac{1}{2}\widehat{BD}$ (ځکه چه $\hat{A}$ محیطی زاویه ده.)

$=1/2\,(134^\circ)$

$\hat{A}=67^\circ$



(4-49 شکل)

په دوهم طریقه حل:

ترسیم: ددې لپاره چه $\hat{A}$ زاویه پیدا کړو د O نقطه د D سره وصل کوو د $B\hat{O}D$ مثلث تشکیل کیږی چه:

$\overline{OB}=\overline{OD}$ ..... د شعاع له قراره

پس $B\hat{O}D$ مثلث متساوی الساقین دی د قاعدې زاویې ئې سره مساوی دي

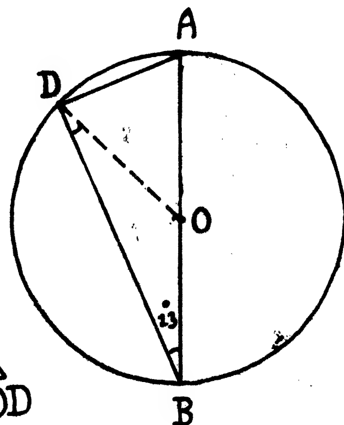
$\hat{B}=\hat{D}=23^\circ$

$B\hat{O}D=180^\circ-2.23^\circ$

$B\hat{O}D=134^\circ$

$A\hat{O}D=180^\circ-134^\circ$

$A\hat{O}D=46^\circ$



$A\hat{O}D$ مثلث هم متساوی الساقین دی:

$\overline{OA}=\overline{OD}$ .... ددایرې د شعاع له مخې

قاعدتین زاویې هم سره مساوی دی پس:

$\hat{A}=(180^\circ-46^\circ)\frac{1}{2}=\frac{134^\circ}{2}$

$\therefore\ \hat{A}=67^\circ$

25. په (4_50) شکل کې $\widehat{BD}=50^\circ$ دی د $\hat{A}$ او $\widehat{AD}$ پراخوالی معلوم کړی؟

حل:

$\hat{A}=\frac{1}{2}\widehat{BD}$

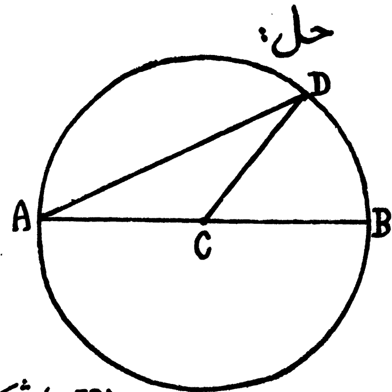
$=\frac{1}{2}(50^\circ)$

$\hat{A}=25^\circ$

$\widehat{AD}=\widehat{ADB}-\widehat{DB}$

$=180^\circ-50^\circ$

$\widehat{AD}=130^\circ$



(4_50 شکل)

26. په (4_51) شکل کې که چیرې $\overline{AB}$ د دایرې قطر $\overline{EF}$ د B په نقطه کې په دایرې مماس او $F\hat{B}D=75^\circ$ وی د $B\hat{A}D$، $D\hat{B}E$، $D\hat{B}A$ او $B\hat{C}D$ پراخوالی معلوم کړی؟

حل:

$B\hat{A}D=\frac{1}{2}\widehat{BCD}\ldots I$

$\widehat{BCD}=2(F\hat{B}D)$

$=2.75^\circ$

$\widehat{BCD}=150^\circ$

پس $B\hat{A}D=\frac{1}{2}\widehat{BCD}$

$=\frac{1}{2}(150^\circ)$

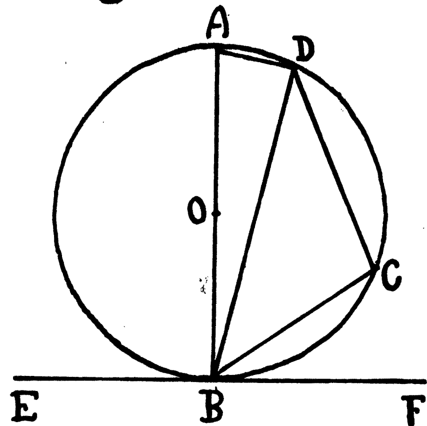
<u>$B\hat{A}D=75^\circ$</u>

$D\hat{B}A=\frac{1}{2}\widehat{AD}\ldots II$

$\widehat{AD}=180^\circ-\widehat{BCD}$

$=180^\circ-150^\circ$

$\widehat{AD}=30^\circ$



(4_51) شکل

پس $D\hat{B}A=\frac{1}{2}\widehat{AD}$

$=\frac{1}{2}.30^\circ$

$D\hat{B}A=15^\circ$

همدارنګه $D\hat{B}E=\frac{1}{2}\widehat{DAB}\ldots III$

پس $\widehat{DBE} = \frac{1}{2}\widehat{DAB}$ $\qquad$ $\widehat{BAD} = \widehat{DA} + \widehat{AB}$

$= 1/2(210^\circ)$ $\qquad$ $= 30^\circ + 180^\circ$

$\widehat{DBE} = 105^\circ$ $\qquad$ $\widehat{DAB} = 210^\circ$

27. د A او B دوې دايرې دی د T په نقطه کې خارجاً سره مماس دی ثبوت کړی چه د $\overline{AP}$ او $\overline{BQ}$ شعاعوې سره موازی دی؟

حل: ترسيم: د A نقطه د B سره وصل کوو $\overline{PA}$ او $\overline{BQ}$ ته په دواړو طرفو امتداد ورکوو په $\widehat{PAT}$ او $\widehat{QBT}$ متساوی الساقين مثلثونو کې لاندې رابطې موجودې دي

متقابل بالراس دی $\widehat{ATP} = \widehat{BTQ} \ldots\ldots I$

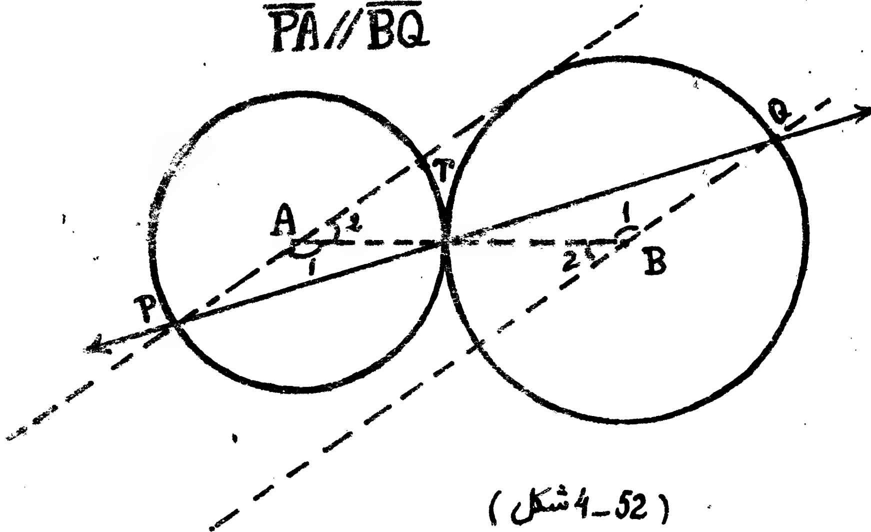
$\widehat{APT} = \widehat{BQT} \ldots\ldots II$

(ځکه چه: $\widehat{APT} = \widehat{ATP} = \widehat{BTQ} = \widehat{BQT}$)

پس $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1$

او س د (2-4-1) قضيې په اساس نتيجه کيږی چه:

$\overline{PA} \parallel \overline{BQ}$

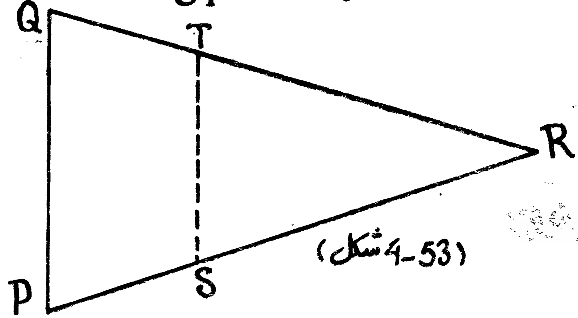


(4-52 شکل)

دنهم تولګي تمرينات

1. دلاندې شکل په مطابق درکړشوې جدول تکميل کړی په داسې حال کې چه: $\frac{\overline{RS}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}}{\overline{TQ}}$ سره وي؟

حل:



RS	SP	RP	RT	TQ	RQ	
2	3		4			I
	45		32	40		II
		3	16		24	III
		36	36	48		IV

I: $\frac{\overline{RS}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}}{\overline{TQ}}$

$\frac{2}{3}=\frac{4}{\overline{TQ}}=2\overline{TQ}=12$

$\frac{2\overline{TQ}}{2}=\frac{12}{2}$

$\overline{TQ}=6$

I: $\overline{RP}=\overline{RS}+\overline{SP}$

$\overline{RP}=2+3=5$

$\overline{RP}=5$

I: $\overline{RQ}=\overline{RT}+\overline{QT}$

$\overline{RQ}=4+6=10$

$\overline{RQ}=10$

II: $\frac{\overline{RS}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}}{\overline{TQ}}$

$\frac{\overline{RS}}{45}=\frac{32}{40}=40\overline{RS}=32.45$

$\overline{RS}=\frac{32.45}{40}=36$

$\overline{RS}=36$

$\overline{RP}=\overline{RS}+\overline{SP}$

$\overline{RP}=36+45=81$

$\overline{RP}=81$

$\overline{RQ}=\overline{RT}+\overline{TQ}$

$\overline{RQ}=32+40=72$

$\overline{RQ}=72$

III: $\frac{\overline{RS}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}}{\overline{TQ}}$

$\frac{\overline{RS}+\overline{SP}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}+\overline{TQ}}{\overline{TQ}}$

$\frac{3}{\overline{SP}}=\frac{16+(\overline{RQ}-\overline{RT}}{\overline{RQ}-\overline{RT}}$

$$\frac{3}{\overline{SP}}=\frac{16+(24-16)}{24-16}$$

$$\frac{3}{\overline{SP}}=\frac{24}{8}, \quad \frac{3}{\overline{SP}}=3$$

$$3\overline{SP}=3, \quad \overline{SP}=3/3$$

$$\overline{SP}=1$$

$$\overline{RS}=\overline{RP}-\overline{SP}$$

$$\overline{RS}=3-1$$

$$\overline{RS}=2$$

III. $$\frac{\overline{RS}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}}{\overline{TQ}}$$

$$\overline{TQ}=\overline{RQ}-\overline{RT}$$

$$\overline{TQ}=24-16$$

$$\overline{TQ}=8$$

IV: $$\frac{\overline{RS}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}}{\overline{TQ}}$$

$$\frac{\overline{RS}+\overline{SP}}{\overline{SP}}=\frac{\overline{RT}+\overline{TQ}}{\overline{TQ}}$$

$$\frac{36}{\overline{SP}}=\frac{36+48}{48}, \quad \frac{36}{\overline{SP}}=\frac{84}{48}$$

$$\overline{SP}=\frac{36.48}{84}=20,57$$

$$\overline{SP}=20,57$$

$$\overline{RS}=\overline{RP}-\overline{SP}$$

$$\overline{RS}=36-20,57$$

$$\overline{RS}=15,43$$

$$\overline{RQ}=\overline{RT}+\overline{TQ}$$

$$\overline{RQ}=36+48$$

$$\overline{RQ}=84$$

2. د $\overline{CD}$ د مستقیم خط اوږد والی 4,5cm او نوموړی خط د M نقطې پواسطه خارجاً په نسبت د $\frac{11}{3}$ ویشل کیږی. د تقسیم شویو ټوټو اوږد والی معلوم کړی؟

M - - - C ________________ D

حل: فرض کوو چه $\overline{CD}=4,5cm$ وی او د M نقطه چه خارجاً له مستقیم خط واقع ده او نوموړی خط د $\frac{11}{3}$ په نسبت ویشی. غواړو چه د $\overline{MC}$ او $\overline{MD}$ اوږد والی معلوم کړو.

$$\frac{\overline{MD}}{\overline{MC}}=\frac{11}{3}$$

$$\frac{\overline{MD}}{\overline{MD}-\overline{MC}}=\frac{11}{11-3}; \quad \frac{\overline{MD}}{4,5}=\frac{11}{8}$$

$$\overline{MD}=\frac{4,5.11}{8}=6,1875$$

$$\overline{MD}=6,1875$$

$$\overline{MC}=\overline{MD}-\overline{CD}$$

$$\overline{MC}=6,1875-4,5$$

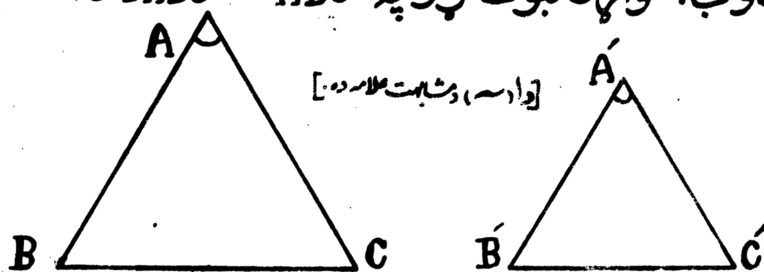
$$\overline{MC}=1,6875$$

میزان: $$\frac{\overline{MD}}{\overline{MC}}=\frac{61875}{16875}=\frac{11}{3}$$

3. که چیرې دوه متساوی الساقین مثلثونو د رأس زاویې سره مساوي وي نو ثابته کړی چه نوموړی مثلثونه سره مشابه وي؟

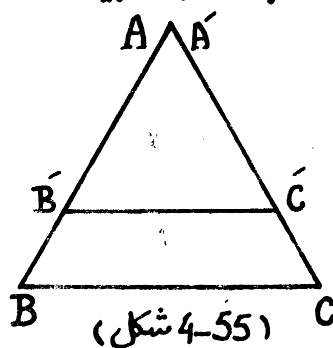
حل: فرض کوو چه لاندې دوه متساوی الساقین مثلثونه دی ($\hat{ABC}$ او $\hat{A'B'C'}$) چه $\hat{A}$ د $\hat{A'}$ له زاویې سره مساوي دی.

مطلوب: غواړو ثبوت کړو چه $\hat{ABC} \sim \hat{A'B'C'}$ دی.



(4_54 شکل)

ثبوت: که د $\hat{A'B'C'}$ مثلث را واخلو په $\hat{ABC}$ باندې ئې داسې کېږدو چه د $\hat{A'}$ د $\hat{A}$ په زاویه تطبیق شي



(4-55 شکل)

نو د شکل له مخې لیکو چه: $\overline{AC'} = \overline{AB'}$

او همدارنګه $\overline{BB'} = \overline{CC'}$

نو $\dfrac{\overline{AB'}}{\overline{BB'}} = \dfrac{\overline{AC'}}{\overline{CC'}}$ I

له بلې خوا څرنګه چه $\overline{B'C'} // \overline{BC}$ سره

نو $\hat{C} = \hat{C'}$ ...... د متوافقې له قراره

او $\hat{B} = \hat{B'}$ ...... د فرضیې له قراره $\hat{A} = \hat{A'}$ ....

نو څرنګه چه د ړیواړه زاویې د یوه مثلث له دریو زاویو د بل مثلث سره دی نو د کیفي مثلثو د تساوی د حالت له مخې نتیجه لیکو چه:

$\hat{ABC} \sim \hat{A'B'C'}$

4. که چیرې د یوه مثلث ضلعې په ترتیب سره 6cm ، 8cm او 12cm
او د بل مثلث په ترتیب سره 1,5cm ، 2cm او 3 cm وي، آیا نوموړي مثلثونه
سره مشابه دي؟

حل: ګورو که د اضلاعو نسبت ئې په ترتیب سره ثابت وي نو مشابه دي:

$$a.\ \frac{1,5\,cm}{6\,cm}=\frac{15\,cm}{60\,cm}=\frac{1}{4}$$

$$b.\ \frac{2\,cm}{8\,cm}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

$$c.\ \frac{3\,cm.}{12\,cm}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$$

نتیجه: لیدل کیږي چه د اضلاعو نسبت ئې په ترتیب سره ثابت دي نو مثلثونه سره مشابه دي.

5. که چیرې د یوه برج سیوري 120m اوږد والی ولري. په داسې حال کې چه په هغې وخت کې د تیلیفون یوه پایه چه 10m لوړوالی لري او د هغې سیوري 40m وي د برج لوړوالی پیدا کړئ؟

حل: که چیرې د برج لوړوالی په h او سیوري ئې په S وښیو او همدارنګه د تیلفون د پایې لوړوالی په h' او سیوري ئې په S' وښیو نولاندې تناسب باید وجود لري:

$$\frac{h}{S}=\frac{h'}{S'}$$

$$\frac{h}{120m}=\frac{10m}{40m}\Longrightarrow h=\frac{\overset{1}{\cancel{10}}m\cdot\overset{30}{\cancel{120}}m}{\underset{1}{\cancel{40}}m}=30m\ \therefore\ \underline{h=30m}$$

6. که چیرې M د $\overline{AB}$ د $A\hat{B}C$ د تنصیف نقطه وي او N د $\overline{CM}$ یوه کیفي نقطه وي. ثبوت کړئ چه $A\hat{N}C$ د $B\hat{C}N$ سره مساوي دي؟ (56_4 شکل).

c. دستونو تفاضل:

که دوه ستونه د A او B راکړل شوي وي نو د A او B تفاضل د هغه ستې څخه عبارت دی چه د A د ستې د هغو عناصرو څخه تشکیل شوی وي چه د B په ستې کې شامل نه وي. او په (A_B) یا A منفي B په شکل سره ښودل کیږي. لکه:

$A = \{a \cdot b \cdot c \cdot d\}$

$B = \{f \cdot b \cdot d \cdot g\}$

$A - B = \{a \cdot b \cdot c \cdot d\} - \{f \cdot b \cdot d \cdot g\} = \{a \cdot c\}$

$\therefore A - B = \{a - c\}$

دستو د عملیاتو قوانین:

لکه څنګه چه د جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، جذر، توان ... اعدادو دوهم یو، یوه سلسله قوانین (اصول یا خواص) لري دستونو عملیات هم یوه سلسله قوانین لري چه څو قانونه ئې په لاندې ډول پرته له ثبوت څخه ذکر کوو ځکه چه (ثبوت ئې د I.R.C په طبع شوي کتابونو کې موجود دی د ضرورت په وخت کې هغه ته مراجعه وکړئ). که چیرې درې ستونه A، B، C وي نو لاندې قوانین د نوموړو ستو په عملیاتو کې د تطبیق وړ او په نظر کې نیول کیږي چه د غه قوانین دستو په عملیاتو کې په عمومي ډول د تطبیق وړ دي:

I. دستو د اتحاد تبدیلي قانون $A \cup B = B \cup A$

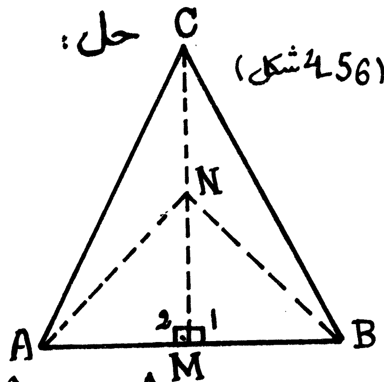
II. دستونو د تقاطع تبدیلي قانون $A \cap B = B \cap A$

III. دستونو د اتحاد، اتحادي قانون $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

IV. دستونو د تقاطع اتحادي قانون $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

V. د اتحاد توزیعي قانون پر تقاطع باندې $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

حل: مفروض: $A\hat{B}C$ مثلث په نظر کي نيسو.



ترسيم: د M نقطه د C سره وصل کوو.

او همدا رنګه د N کيفي نقطه د B او A سره نښلوو.

مطلوب: غواړو ثبوت کړو $B\hat{C}N \cong A\hat{N}C$.

ثبوت: د $A\hat{M}C$ او $M\hat{B}C$ په مثلثو کي ګورو چه:

$\overline{AM} = \overline{MB}$ ... د تنصيف له قراره

$\overline{MC} = \overline{MC}$ .... مشترک ضلع ده

$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ ..... قايمه

نو لوموړي مثلثونه سره انطباق پذير دي يعني:

$A\hat{M}C \cong M\hat{B}C$.

او س د $A\hat{N}M$ او $M\hat{N}B$ په مثلثو کي ګورو چه:

$\overline{AM} = \overline{MB}$ ..... تنصيف

$\overline{MN} = \overline{MN}$ .... مشترک ضلع ده ، $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ ... قايمه

په نتيجه کي لوموړي مثلثونه سره انطباق منونکي دي. $A\hat{N}M \cong M\hat{N}B$.

له بلې خوا

$A\hat{N}C = A\hat{M}C - A\hat{M}N$ I

$M\hat{B}C = M\hat{C}B - M\hat{N}B$ II

د I او II رابطې د ښي پلو يعني $A\hat{M}C \cong M\hat{C}B$ او $A\hat{N}M \cong M\hat{N}B$ دي

نو چپ طرف ئې هم سره مساوي دي يعني:

$A\hat{N}C \cong M\hat{B}C$

7. که چیرې د یوه متساوي الاضلاع مثلث د اضلاعو د تنصیف نقطې سره وصل کړو، آیا په لاس راغلی مثلث یو متساوي الاضلاع مثلث دی؟

حل: فرض کوو چه د $\hat{ABC}$ یو متساوي الاضلاع مثلث وي او په ترتیب سره د اضلاعو د تنصیف نقطې P ، Q او R دي نوموړې نقطې سره وصل کوو.

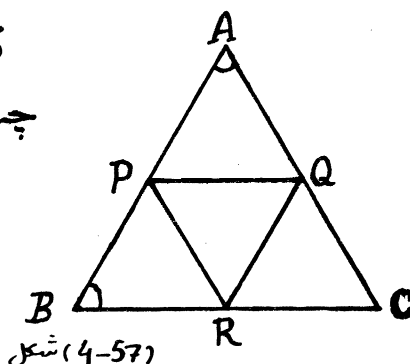
مطلوب: غواړو ثبوت کړو چه $\overline{PQ}=\overline{PR}=\overline{RQ}$ دی.

ثبوت: د $\hat{APQ}$ او $\hat{BPR}$ په مثلثو کې ګورو چه:

$\overline{AP}=\overline{PB}$

$\overline{AQ}=\overline{BR}$

$\hat{A}=\hat{B}$



شکل (4-57)

نو د مثلثو د انطباق پذیري د حالت له مخې لیکو چه: $\hat{APQ}\cong\hat{APR}$

د مثلثو د انطباق پذیري څخه د انتیجه اخلو $\overline{PQ}=\overline{PR}$ I

او س د $\hat{BPR}$ او $\hat{QRC}$ په مثلثونو کې ګورو چه:

$\overline{BP}=\overline{QC}$, $\overline{BR}=\overline{RC}$, $\hat{B}=\hat{C}$

نو په نتیجه کې $\hat{APR}\cong\hat{RQC}$ پس $\overline{PR}=\overline{QR}$ II

د I او II رابطې څخه نتیجه لیکو چه: $\overline{PQ}=\overline{PR}=\overline{RQ}$

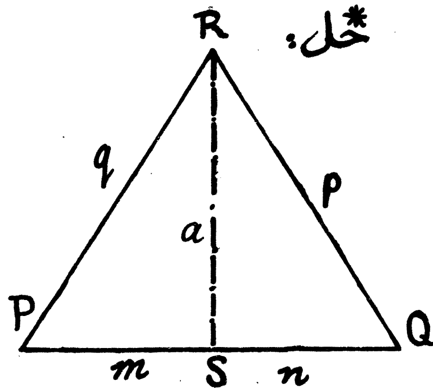
8. په لاندې شکل کې $\overline{PQ}$ ، $\overline{RS}$ د $\hat{PQR}$ ارتفاع او وتر دی.

a. که چیرې $m=24\ cm$ او $n=6cm$ وي نو a ، p او q پیدا کړئ؟

b: ،، $m=\sqrt{24}$ او $n=\sqrt{8}$ وي نو a ، p او q پیدا کړئ؟

c. ،، $p=15\ cm$ او $n=9\ cm$ وي نو m او q پیدا کړئ؟

*حل: د $P\hat{Q}R$ په مثلث کې گورو چه:



(4-58 شکل)

$\overline{PQ}^2 = p^2 + q^2 \ldots\ldots I$

$\overline{PQ} = (m+n)$

$\overline{PQ} = (24+6) = 30\,cm$

په اوله رابطه کې د $\overline{PQ}$ قیمت وضع کوو.

$(30)^2 = p^2 + q^2 \ldots\ldots II$

اوس په $P\hat{S}R$ او $R\hat{S}Q$ کې گورو چه

$p^2 = a^2 + n^2 \ldots\ldots III$

$q^2 = a^2 + m^2 \ldots\ldots IV$

په پورته رابطو کې د p^2 او q^2 قیمت وضع کوو او د a قیمت پیدا کوو:

$(30)^2 = a^2 + n^2 + a^2 + m^2$

$(30)^2 = 2a^2 + n^2 + m^2$

$(30)^2 = 2a^2 + (6)^2 + (24)^2$

$900 = 2a^2 + 36 + 576$

$900 = 2a^2 + 612$

$2a^2 = 900 - 612$

$2a^2 = 288$

$a^2 = \frac{288}{2} = a^2 = 144$

$\sqrt{a^2} = \sqrt{144}$

$\underline{a = 12}\,cm$

اوس د p قیمت پیدا کوو:

$p^2 = a^2 + n^2$

$p^2 = (12)^2 + (6)^2$

$p^2 = 144 + 36$

$p^2 = 180 = \sqrt{p^2} = \sqrt{180}$

$\underline{p = 13,4}\,cm$

اوس د q قیمت پیدا کوو:

$q^2 = a^2 + m^2$

$q^2 = (12)^2 + (24)^2$

$q^2 = 144 + 576$

$\sqrt{q^2} = \sqrt{720} \therefore q = \underline{26,8}\,cm$

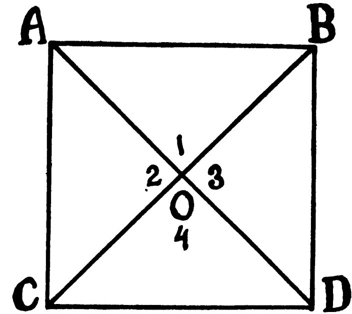
---

*: دوه نور جزونه هم په همدې ترتیب په لاس راوړل کیږي.

9. که چیري دیوه مستطیل قطرونه یو پر بل باندې عمود وي آیا هغه مستطیل مربع دی؟

حل: فرض کوو چه ABCD او د هغه قطرونه د (O) په نقطه کې یو پر بل باندې عمود وي.

مطلوب: غواړو ثبوت کړو چه نوموړی مستطیل یو مربع دی.



(شکل 4-59)

ثبوت: مطلب ته د رسیدو لپاره دا کافي ده چه دوه مجاوري ضلعې سره مساوي شي. او س د $A\hat{O}B$ او $A\hat{O}C$ په مثلثو کې ګورو چه:

$\overline{CO} = \overline{BO}$ .... یو د بل د تنصیف له قراره

$\overline{OA} = \overline{OA}$ ..... مشترکه ضلعه

$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ .... عمود

$A\hat{O}B = A\hat{O}C$ نو

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ..... I په نتیجه کې

او س په $C\hat{O}D$ او $D\hat{O}B$ کې ګورو چه:

$\overline{CO} = \overline{BO}$ ...... تنصیف

$\overline{DO} = \overline{DO}$ .... مشترکه ضلعه

$\hat{O}_3 = \hat{O}_4$ ..... عمود

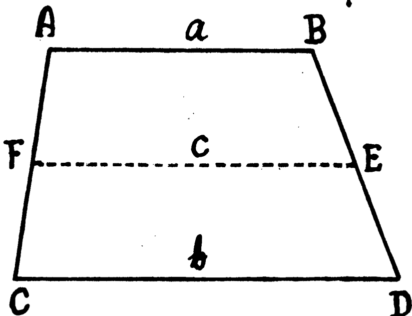
نو:

$C\hat{O}D = D\hat{O}B$ په نتیجه کې II .... $\overline{CD} = \overline{BD}$

د اولې I او دوهمې II رابطې له مقایسې څخه لیکو: $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{BD}$

10. که چیري دیوې ذوذنقې قاعدې په ترتیب سره 18 cm او 12 cm وي د هغې کربنې اوږدوالی معلوم کړې چه د غیر موازي ضلعو د تنصیف نقطې سره وصل کوي؟

حل:

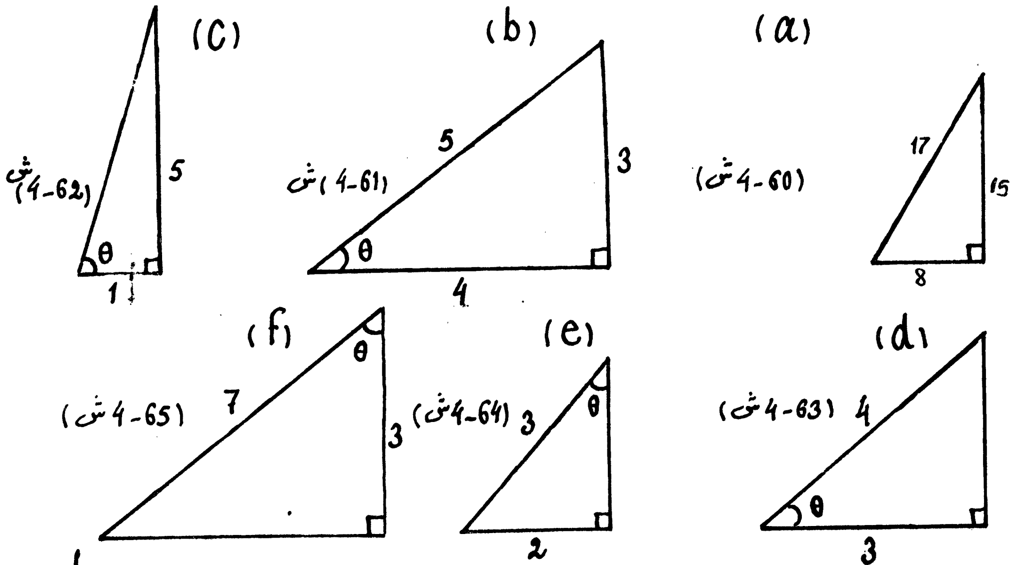


څرنګه چه په ذوذنقه کې د غیر موازي ضلعو د تنصیف وصل کوونکې کرښه عبارت ده د موازي ضلعو د مجموعې له اوسط څخه نو لیکلای شو چه:

$C = \frac{a+b}{2} = \frac{8+12}{2} = \frac{20}{2}$

$C = 10\ cm$

11. په لاندې شکلونو کې $\sin\hat{\theta}$ ، $\cos\hat{\theta}$ او $\tan\hat{\theta}$ په لاس راوړئ؟



حل:

(a): $\sin\theta = \frac{8}{17}$ $\quad \cos\theta = \frac{15}{17}$ (Cosin) $\quad \tan\theta = \frac{8}{15}$

(b): $\sin\theta = \frac{3}{5}$ $\quad \cos\theta = \frac{4}{5}$ $\quad \tan\theta = \frac{3}{4}$

(C): نظر د فیثاغورث قضیې ته لیکو چه: د وتر مربع $= (1)^2 + (5)^2 = 1 + 25 = 26$

وتر $= \sqrt{26}$ ∴ $\sin\theta = \frac{5}{\sqrt{26}}$ $\quad \text{Cosine}\,\theta = \frac{1}{\sqrt{26}}$ $\quad \tan\theta = \frac{5}{1} = 5$

(d): نظر د فیثاغورث قضیې ته لیکو چه: د نامعلومې قایمې ضلع مربع $= (4)^2 - (3)^2 =$

$= 16 - 9 = 7$ ∴ نامعلومه قایمه ضلع $= \sqrt{7}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\quad \text{Cosin}\,\theta = \frac{3}{4}$ $\quad \tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$

(e): د فیثاغورث د قضیې په اساس لیکو چه: د نامعلومې قایمې ضلعې مربع $= (3)^2 - (2)^2$

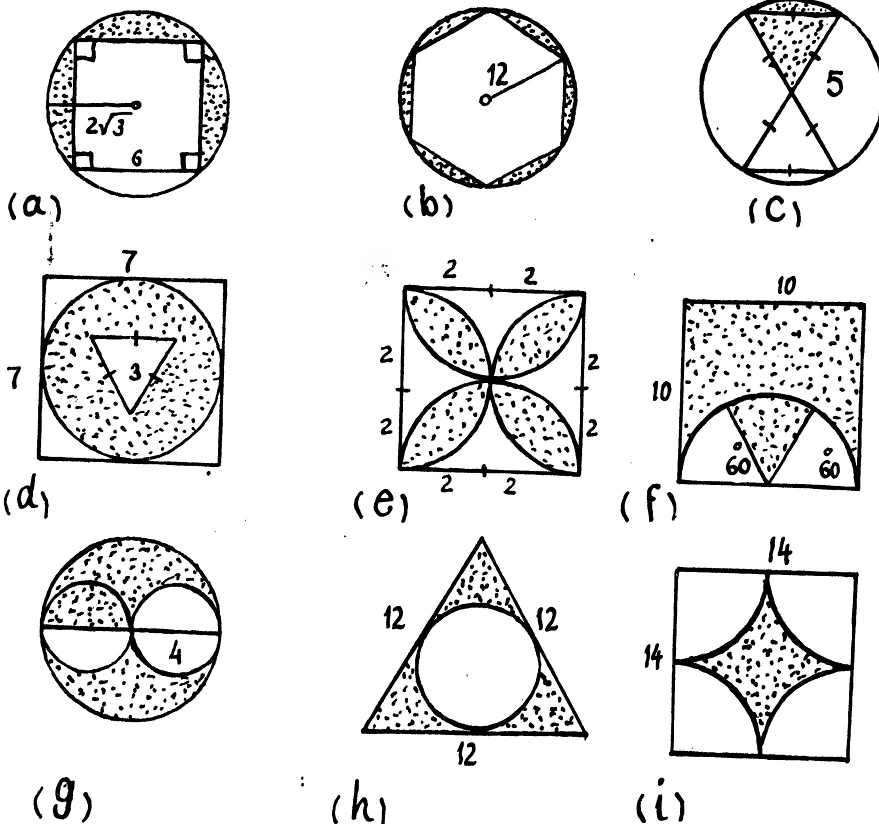
$= 9 - 4 = 5$ ∴ نامعلومه ضلعه $= \sqrt{5}$

$\sin\theta = \frac{2}{3}$ $\quad \text{Cosin}\,\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\quad \tan\theta = \frac{\sqrt{5}}{2}$

(F): د نامعلومې قایمې ضلعې مربع $= (7)^2 - (3)^2 = 49 - 9 = 40$ ∴ نامعلومه قایمه ضلع $= \sqrt{40}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{40}}{7}$ $\quad \text{Cosine}\,\theta = \frac{3}{7}$ $\quad \tan\theta = \frac{\sqrt{40}}{3}$

12. په لاندې اشکالوکې د مخطط شویو برخو مساحت پیدا کړی؟



(4-66) شکل

حل: په ترتیب سره د هر یوه شکل د مخطط شویو برخو مساحتونه په لاندې ډول پیدا کوو :

د a د جز حل:

1. د مربع مساحت = ضلع × ضلع $= 6.6 = 36$

2. د دایرې مساحت $= \pi r^2 = (2\sqrt{3})^2 \cdot \frac{22}{7} = (4.3) \cdot \frac{22}{7} = 12\frac{22}{7}$

$$= \frac{264}{7} = 37\frac{5}{7}$$

3. د دایرې د هغې برخې مساحت چه د مربع نه خارج واقع ده = د دایرې مساحت − د مربع مساحت

$$= 37\frac{5}{7} - 36 = \frac{264}{7} - 36 = \frac{264-252}{7} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$$

ځرنګه چه د دایرې دهغې برخې چه د مربع تخته د پاسه $\frac{3}{4}$ برخه خط شویده

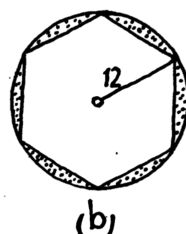
پس دخط شوې برخې مساحت دا رنګه محاسبه کیږی :

4. دخط شوې برخې مساحت $= \frac{3}{4} \cdot 1\frac{5}{7} = \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{7} = \frac{9}{7} = 1\frac{2}{7}$

د b دجز حل : دټولې دایرې مساحت $= \pi r^2 = (12)^2 \cdot \frac{22}{7}$

$= 144 \cdot \frac{22}{7} = \frac{3168}{7} = 452,571$

ځرنګه چه نوموړی شکل د شپږو متساوی الاضلاعو مثلثونو تخه جوړ شویدی چه د هرې ضلعې اوږدوالی ئې (12) واحده دی پس د هر مثلث مساحت دا ضلاعو له مخې عبارت دی :



(b)

دیوه مثلث مساحت $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

په پورته فورمول کې P د مثلث دمحیط نیمایی دی .

" " $= \sqrt{18(18-12)(18-12)(18-12)} = \sqrt{18(6)(6)(6)} = \sqrt{3888}$

نود ټول مضلع مساحت عبارت دی له 6 ضرب دیو مثلث مساحت .

دمضلع مساحت $= 6 \cdot \sqrt{3888} = \sqrt{36 \cdot 3888} = \sqrt{139968}$

$= 374,122 .$

دخط شوې برخې مساحت = ددایرې مساحت ــ دمضلع مساحت

$= 452,571 - 374,122$

$= \underline{78,449}$

د c جزء حل:

څرنګه چه د خط شوې برخې محاطه مثلث متساوي الاضلاع دی نود ـ

دایرې قطاع د دایرې شپږمه برخه ده یا په بل عبارت:

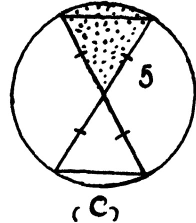
د دایرې د قطاع د اضلاعو ترمنځ 60° زاویه ده.

$$\text{د خط شوې برخې د قطاع مساحت} = \frac{n}{360}\pi r^2$$

$$= \frac{60}{360}\cdot\frac{22}{7}(5)^2$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{11}{7}\cdot 25$$

$$= \frac{275}{21} = 13{,}09$$



د d جزء حل: $\text{د محیطي مربع مساحت} = \text{ضلع}\ .\ \text{ضلع}$

$$= 7\cdot 7 = 49$$

د محاطي دایرې مساحت چه شعاع ئې د مربع د ضلعې نیمایي ده $= \pi r^2 = (3{,}5)^2\cdot\frac{22}{7} = 12{,}25\cdot\frac{22}{7}$

$$= \frac{279{,}5}{7} = 38{,}5$$

د مربع د دایرې چاپېره سپینې برخې مساحت = د مربع مساحت ـ د دایرې مساحت

$$= 49 - 38{,}5 = 10{,}5$$

د مثلث مساحت چه د دایرې په منځ کې پروت دی $= \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$

$$= \sqrt{4{,}5\,(4{,}5-3)(4{,}5-3)(4{,}5-3)} = \sqrt{4{,}5\,(1{,}5)(1{,}5)(1{,}5)}$$

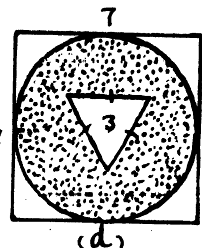
$$= \sqrt{15{,}187} = 3{,}9$$

د ټولې سپینې برخې مساحت = د دایرې وتلې سپینه برخه + د مثلث مساحت د دایرې

$$= 10{,}5 + 3{,}9 = 14{,}4$$

د شکل توره برخه = د مربع مساحت ـ د سپینې برخې مساحت

$$= 49 - 14{,}4 = 34{,}6$$



د e جز حل:

$2 = \frac{2 \cdot 2}{2} = \frac{h \cdot b}{2} =$ دهغه قایم الزاویه مثلث مساحت چه وترئې د پاڼې قطر دی

دلته $h = 2$ ، $b = 2$ دی.

$\frac{n}{360}\pi r^2 =$ دهغې قطاع مساحت چه شعاع ئې د دو مویو مثلث قایمې ضلعې دی

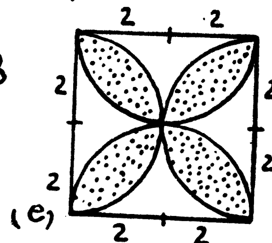
$= \frac{90}{360} \cdot \frac{22}{7} \cdot (2)^2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{22}{7} \cdot 4 = \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}$

د مثلث مساحت ـــ د قطاع مساحت = د نیمې پاڼې مساحت

$= 3\frac{1}{7} - 2 = \frac{22}{7} - 2 = \frac{22-14}{7} = \frac{8}{7}$

8 . د نیمې پاڼې مساحت = د ټولې پاڼې مساحت

$= \frac{8}{7} \cdot 8 = \frac{64}{7} = 9\frac{1}{7}$



(e)

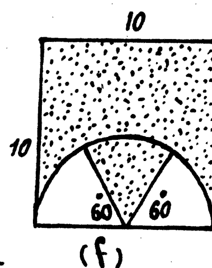
د f جز حل: ضلع . ضلع = د ټول مربع مساحت

$= 10 \cdot 10 = 100$ (واحد)^2

$\frac{n}{360}\pi r^2 =$ د توری شوې برخې د قطاع مساحت

$= \frac{60}{360} \cdot \frac{22}{7} \cdot (5)^2 = \frac{1}{6} \cdot \frac{22}{7} \cdot 25$

$= \frac{11 \cdot 25}{21} = \frac{275}{21} = 13\frac{2}{21}$



(f)

$2 \cdot 13\frac{2}{21} =$ د نیمې دایرې د سپینې شوې برخو (قطاعو) مساحت

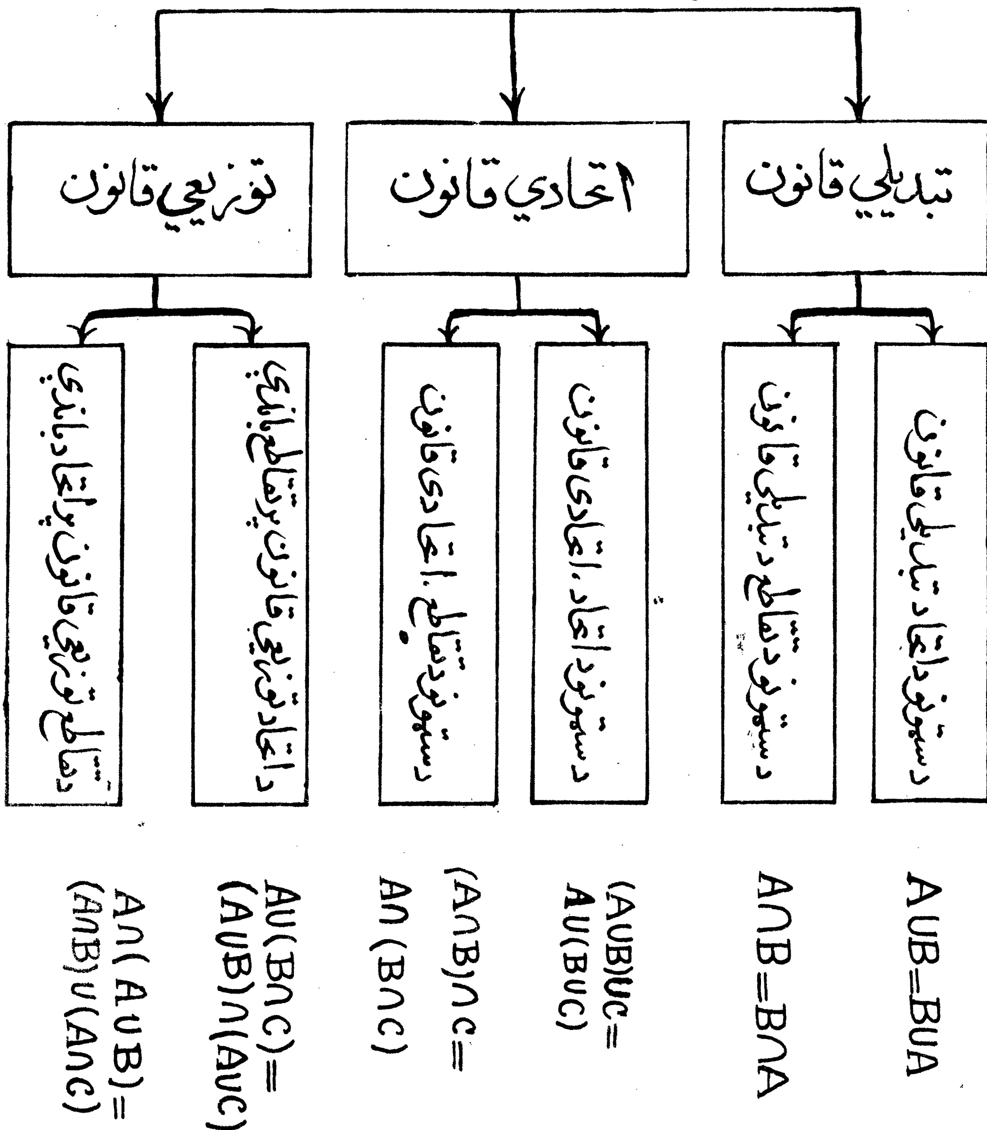
$= 2 \cdot \frac{275}{21} = \frac{550}{21} = 26\frac{4}{21}$

د سپینو قطاع مساحت ـــ د مربع مساحت = د شکل د توری شوې برخې مساحت

$= 100 - 26\frac{4}{21} = 100 - \frac{550}{21} = \frac{2100-550}{21} = \frac{1550}{21} = 73\frac{17}{21}$

VI. د تقاطع توزیعي قانون پر اتحاد باندې: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

نوټ: د سټونو د عملیاتو قوانین او مربوطه نور مسایل د متوسطه دورې د ریاضي په کتابونو کې په تفصیل سره راغلي دي نو ځکه دلته یې له دوباره تکرار څخه صرف نظر کوو، یووارې دلته د وضاحت لپاره د سټونو د عملیاتو قوانین د لاندې دیاګرام پواسطه ښیو:



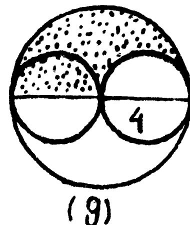
د g جز حل:

دلويې دايرې مساحت $= \pi r^2$

$= (4)^2 \cdot \frac{22}{7} = 16 \cdot \frac{22}{7} = \frac{968}{7} = 138\frac{2}{7}$

دکوچنۍ دايرې مساحت $= \pi r^2 = (2)^2 \cdot \frac{22}{7} = 4 \cdot \frac{22}{7} = \frac{88}{7}$

$= 12\frac{4}{7}$



(g)

دکوچنۍ دايرو د پينۍ شوي برخو مساحت $= \frac{3}{2} \cdot \frac{88}{7}$

$= \frac{132}{7} = 18\frac{6}{7}$

دشکل تورې شوې برخې مساحت = دلويې دايرې مساحت ـ دکوچنۍ پيسو دايرو برخو مساحت

$= 138\frac{2}{7} - 18\frac{6}{7} = \frac{968}{7} - \frac{132}{7} = \frac{836}{7} = 119{,}428$

د h جز حل:

د مثلث د مساحت فورمول د اضلاعو له مخې،

دلوی مثلث مساحت د اضلاعو له رويه $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$= \sqrt{18(18-12)(18-12)(18-12)}$

$= \sqrt{18(6 \cdot 6 \cdot 6)} = \sqrt{3888} = 62{,}4$

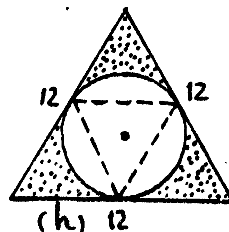
د هغه مثلث مساحت چه د دايرې په منځ کې تشکيليږي = د هر يو د ريونو مثلثو د

مساحت سره کوم چه د اضلاعو د تنصيف د نقطو د واصل پواسطه له لوی مثلث څخه جدا شوي

$= \sqrt{9(9-6)(9-6)(9-6)}$

$= \sqrt{9(3 \cdot 3 \cdot 3)}$

$= \sqrt{243} = 15{,}58$



(h)

د هغه قطاع مساحت چې شعاع ئې د مثلث د ضلعو نیمایي ده. $\Big\} = \frac{n}{360}\pi r^2 = \frac{60}{360} \cdot \frac{22}{7} \cdot (6)^2$

$= \frac{1}{6} \cdot \frac{22}{7} \cdot 36 = \frac{132}{7} = 18,85$

د مغه قوس مساحت چه وترئې د مثلث د ضلعو تنصیف دی. $\Big\} =$ د مثلث مساحت – د قطاع مساحت

$= 18,85 - 15,88 = 3,26$

د دریواړه قوسونو مساحت $= 3 . 3,26 = 9,78$

د قوسونو مساحت + د مثلث مساحت = د مثلث دسپیني برخې مساحت

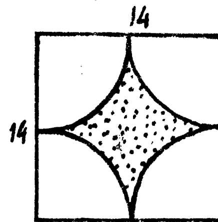
$= 15,58 + 9,78 = 25,36$

دسپیني برخې مساحت – دټول مثلث مساحت = دټولې برخې مساحت

$= 62,4 - 25,36 = 37,04$

د i د جز حل: ضلع . ضلع = دټول مربع مساحت

$= 14 . 14 = 196$



(i)

د یوې قطاع مساحت چه شعاع ئې دمربع د ضلعې نیمائي ده. $\Big\} = \frac{n}{360}\pi r^2$

$= \frac{90}{360} \cdot \frac{22}{7} \cdot (7)^2$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{11}{7} \cdot 49 = \frac{77}{2} = 38,5$

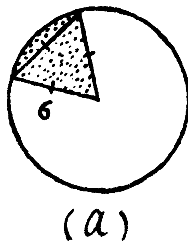
د سپینې شوې برخې مساحت $= 4 . 38,5 = 154,0$

د قطاعو مساحت – د مربع مساحت = د مخطط شوې برخې مساحت

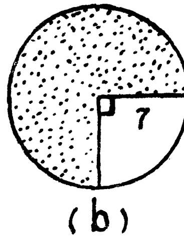
$= 196 - 154$

$= 42$

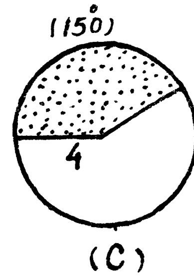
13. د مخطط شویو برخو مساحت په لاندې شکلونو کې پیدا کړی؟



(a)



(b)



(c)

د a دجزحل:

$$S = \pi r^2 \cdot \frac{d}{360} = \frac{22}{7} \cdot (6)^2 \cdot \frac{60}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \cdot \overset{6}{\cancel{36}} \cdot \frac{1}{\cancel{6}} = \frac{132}{7} = 18,85$$

د b دجزحل:

$$S = \pi r^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{22}{7} \cdot (7)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{22}{7} \cdot 49 \cdot \frac{3}{4}$$

$$= \frac{231}{2} = 115,5$$

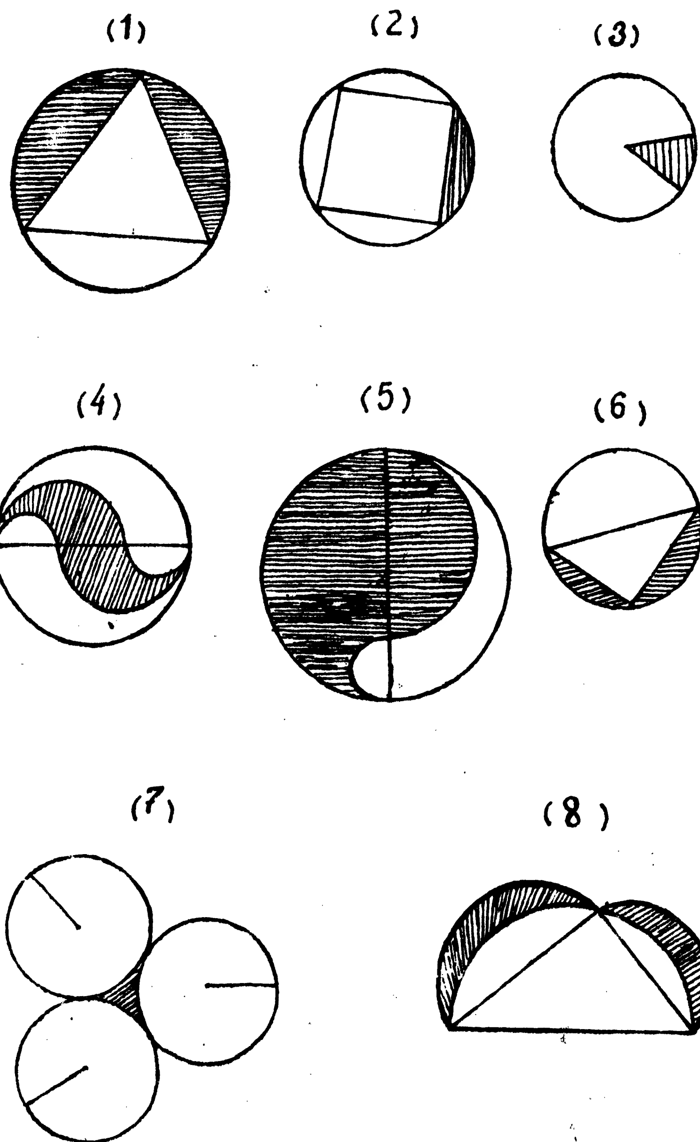
د c دجزحل:

$$S_{\text{قطاع}} = \pi r^2 \cdot \frac{d}{360} = \frac{22}{7} \cdot (4)^2 \cdot \frac{150}{360}$$

$$= \frac{22}{7} \cdot \overset{4}{\cancel{16}} \cdot \frac{5}{\underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{440}{21} = 20,9$$

14. په لاندې شکلونو کې د مخطط شویو مساحت پیدا کړی، د دایرې شعاعوې او د مثلث اضلاعوی اوږدوالی په خط کش سره اندازه کړی؟

(شکلونه په راتلونکی (۸۷) مخ کې ترسیم شویدی.)



(4_68) شکل

حل:

په ترتیب سره د هریوه شکل د مخطط شوي برخې مساحتونه په لا ندې ډول په لاس راوړو:

د (۱) جز حل:

د دایرې شعاع او د مثلثو اضلاع د خط کش په واسطه اندازه کوو:

$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ = د مثلث د اضلاعو له مخې مساحت

$=\sqrt{3,75(3,75-2,5)(3,75-2,5)(3,75-2,5)}=$

$=\sqrt{7,32421875}=2,7$ واحد مربع

$\pi r^2 \cdot \frac{d}{360}$ = د قطاع مساحت کوم چې د مثلث د دوو ضلعو ترمنځ ده.

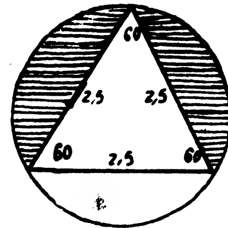
$=\frac{22}{7}\cdot(2,5)^2\cdot\frac{60}{360}=\frac{22}{7}\cdot 6,25\cdot\frac{1}{6}=3,273$

د مثلث مساحت ــ د قطاع مساحت = د یوې قطعې مخطط شوې برخې مساحت

$=3,273-2,7=0,57$

$2\cdot 0,57$ = د ټولې مخطط شوې برخې مساحت

$=1,14$



د (2) جز حل: ضلع . ضلع = د مربع مساحت

$=1,5\cdot 1,5=2,25$ واحد مربع

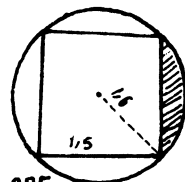
$\pi r^2=\frac{22}{7}(1,6)^2=\frac{22}{7}\cdot 2,56=8,045$ = د دایرې مساحت

د مربع مساحت ــ د دایرې مساحت = د مربع څخه بهر د دایرې د قطعو مساحت

$=8,045-2,56=5,54$

$\div 4$ د دایرو د قطعو مساحت = د توري شوي برخې مساحت

$=5,54/4=1,385$ یا $554\div 4=1,385$



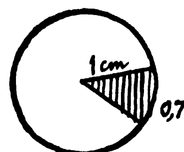
د 3 جز حل:

$$\text{مساحت د خط شوي برخې} = S = \pi r^2 \cdot \frac{d}{360}$$

$$= \frac{45}{360} \cdot \frac{22}{7} \cdot 1\,cm^2$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{22}{7}\,cm^2$$

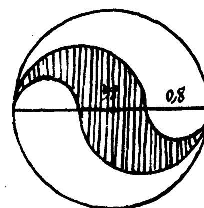
$$= 0,392\,cm^2$$



د 4 جز حل:

$$\text{د وړوکي دايرې مساحت} = \pi r^2 = (0,4)^2 \cdot \frac{22}{7}$$

$$= 0,16 \cdot \frac{22}{7} = 0,503$$



$$\text{د متوسطې دايرې مساحت} = (0,9)^2 \cdot \frac{22}{7} = 0,81 \cdot \frac{22}{7}$$

$$= 2,545$$

د وړوکي دايرې مساحت — د متوسطې دايرې مساحت = تور برخه

$$= 2,545 - 0,503 = 2,015$$

د 5 جز حل:

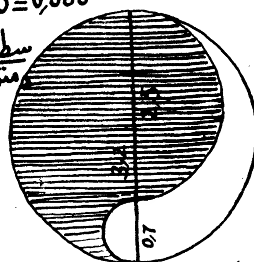
$$\text{د لويې نيمې دايرې مساحت} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \cdot (1,6)^2 = \frac{22}{7} \cdot 2,56 = 4,022$$

$$\text{د متوسطې نيمې دايرې} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \cdot (1,5)^2 = \frac{22}{7} \cdot 2,25 = 2,455$$

$$\text{د کوچنۍ دايرې مساحت} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \cdot (0,35)^2 = \frac{22}{7} \cdot 0,1225 = 0,385$$

د شکل د تورې شوې برخې مساحت = د نيمې دايرې مساحت + د متوسطې دايرې مساحت

$$= 4,022 + 2,455 = 6,477$$



د کوچنۍ نيمې دايرې مساحت $= 6,477 - 0,385 = 6,092$

د 6 جز حل:

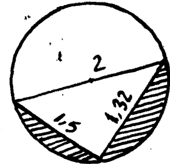
$$\text{د نیمې دایرې مساحت} = \frac{1}{2}\pi r^2 = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{22}{7} = \frac{11}{7} = 1,571$$

$$\text{د مثلث مساحت} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \sqrt{2,41(2,41-2)(2,41-1,5)(2,41-1,32)}$$

$$= \sqrt{2,41(0,41)(0,91)(1,09)}$$

$$= 0,989981$$



د مثلث مساحت – د نیمې دایرې مساحت = د شکل د تورې شوې برخې مساحت

$$= 1,571 - 0,989981 = 0,6007065$$

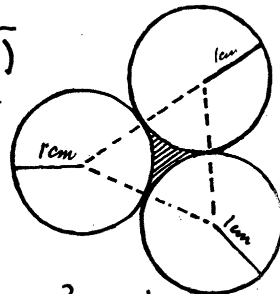
د 7 جز حل:

د هغه مثلث مساحت چه د دریوارو دایرو د مرکزونو د واصل خط په لاس راځي چه هره ضلع ئې 2 cm دی. $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$$= \sqrt{3(3-2)(3-2)(3-2)}$$

$$= \sqrt{3(1)(1)(1)} = \sqrt{3\cdot 1}$$

$$= 1,732$$



د دایرو د قطاع مساحت چه د مرکز د وصل خط د تماس له نقطو سره په لاس راځي. $= 3\pi r^2 \cdot \frac{d}{360}$

$$= 3\cdot\frac{22}{7}\cdot 1\cdot\frac{60}{360} = \frac{22}{7}\cdot\frac{1}{6}\cdot 3 = \frac{11}{7} = 1,571$$

$$\text{د مخطط شوې برخې مساحت} = 1,732 - 1,571$$

$$= 0,161$$

تصحیح نامه

(دحساب برخه)

مخ	کرښه	غلط	صحیح
۱	۱	هغه	هغو
۳	۹	له یوه څخه ترلس پوری مستقیم خطونه .	له یوه څخه ترنهو پوری مستقیم خطونه .
۱۴	۱۲	یودبل غیرواقعي ستونونه .	یودبل غیرواقعي فرعي ستونونه .
۲۸	۱	اودحساب په علم کی هرهغه عددچې قیمت يې دصفراویوه ترمینځ وی .	اودحساب په علم کی هرهغه عددچې دواحدیوه یاڅوبرخې وښیي کسر بلل کیږی .
۲۹	۵	که په دوه کسرونوکی .	که په دوه یاڅوکسرونوکی .
〃	۱۰	〃 〃	〃 〃
〃	۱۷	〃 〃	〃 〃
۳۶	۷	په دواړوکسرونوکی شانته دی .	په دواړوکسرونوکی یوشانته دی .
۴۲	۶	$\frac{\frac{11635}{4}}{\frac{325}{4}}=\frac{11635}{4}\cdot\frac{4}{325}$	$\frac{\frac{31991}{4}}{\frac{325}{4}}=\frac{31991}{4}\cdot\frac{4}{325}$
〃		ددوهم سوال حل .	$15\frac{3}{4}Cm=157{,}5\ mm \quad x$ $\frac{1}{2}mm \quad 1$ $x=\frac{157{,}5\ mm\cdot 1}{\frac{1}{2}\ mm}$ $x=\frac{157{,}5}{0{,}5}=315$ $x=5h\ 15$
		$15\frac{3}{4}Cm=157{,}5\ mm \quad x$ $\frac{1}{2}mm \quad 1$ $x=\frac{157{,}5\ mm\cdot 1}{\frac{1}{2}mm}=\frac{157{,}5}{0{,}5}=315$ $x=5H{,}25mm$	

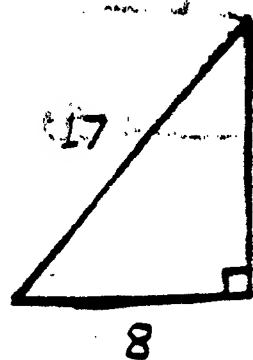
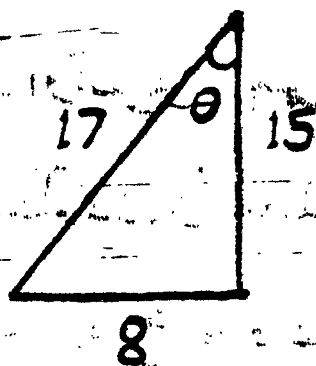
([illegible])

مخ	کرښه	غلط	صحیح
۴۴	شپږم سوال	که د دوه عددو .	که د دوه عددو .
〃	اووم سوال	←	$\frac{m}{n} = \frac{2}{5}$ $n = \frac{m \cdot 5}{2} = \frac{14 \cdot 5}{2} = 35$ $n = 35$
۵۲	۵	$=5^{12}\ \frac{6^4}{3^4} = \left(\frac{6}{3}\right)^4 = 2^4$	$\frac{6^4}{3^4} = \left(\frac{6}{3}\right)^4 = 2^4$
〃	۸	صرب .	ضرب .
۷۸	اووم سوال :	٪25 حاضري .	٪75 حاضري .
۸۱	۱۳	د نسبتو مجموعه $\frac{3}{4}$.	د نسبتو مجموعه $= \frac{3}{4}$.
۸۵	۵	٪12 .	12٪ .
〃	۶	٪11,5 .	11,5٪ .
۹۲	۱۰	$B = \mp \frac{x^2}{8} \pm \frac{a^2}{2} \pm ax$	$B = \pm \frac{x^2}{8} \pm \frac{a^2}{2} \pm ax$.
۴۹	۱۵	$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2$.	$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$.
〃	〃	$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$	$360 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
د کتاب پوښ		$c = \frac{d_1 + d_2}{2}$.	$c = \frac{d_1 + d_2}{2} \cdot \pi$

(دهندسی برخه)

مخ	کرښه	غلط	صحیح
۴	۱۹-۲۰	کوتاترین	کوتاه ترین
۸	۶	R ⟶ S	R ⟶
״	۸	A ⟵ o ⟶ B	⟵ x ⟶ x x
۱۲	۴	دخطونو په منځ کې	دموازي خطونو په منځ کې
״	۱۶	یوه ختنه	یوه نقطه
۱۴	۱۵	قایمه الزاویه	قایم الزاویه
۱۶	۱۶	حطونه	خطونه
۱۸	۲	سره مساوي نو	سره مساوي وي نو
״	۲۰	دکثیرالاضلاع مساحت	دمنظم کثیرالاضلاع مساحت
۱۹	۱۳	هغه خط چې ددایرې	هغه خط دی چې ددایرې
۲۴	۱۶	قاعدې ئي دايروي	قاعدتین ئي دايروي
۲۷	۶	$A=a^3$	$V=a^3$
״	۷-۸	دمکعب مستطیل کلي سطح = دجانبي سطحو مساحت + د قاعدتینو مساحت $2\times$.	دمکعب مستطیل کلي مساحت = دجانبي سطحو مساحت + د قاعدتینو مساحت .
۲۸	۲	دمخروط د قاعدتین سطح + حاصل ضرب .	دمخروط د قاعدې سطح + حاصل ضرب
״	۵	$A=\frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$	$V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$
״	آخر	د هیرینو څخه	د تمرینو څخه .

مخ	کرښه	غلط	صحیح
۲۹	۱۱	که د یو منحرف ارتفاعات په ترتیب سره 12cm او 9cm وی او قطر ئې 17cm وی مساحت ئې معلوم کړی؟	که د یو منحرف قطر 17cm او مربوط ارتفاعات ئې 12cm او 9cm وی مساحت ئې معلوم کړی؟
۳۰	۳	2 ÷ ارتفاع × قاعده = د شب معین مساحت $= \frac{42,5\,cm \cdot 22\,cm}{2} = 467\,cm^2$	ارتفاع × قاعده = د شب معین. مساحت $= 42,5\,cm \cdot 22\,cm = 935\,cm^2$
″	۷	د یو منظم کثیر الاضلاع مساحت = $\frac{\text{ارتفاع × د کثیر الاضلاع د محیط مجموعه}}{2}$	د یو منظم کثیر الاضلاع مساحت = $\frac{\text{ارتفاع × د کثیر الاضلاع محیط}}{2}$
۴۰	۱۰	له یو قاطع سره مساوی متبادله	له یو قاطع سره متبادله
″	۱۲	مساوی متوافقه	متوافقه
۴۱	۶	که چیری دوی زاویې موازی	که چیری دوی زاویې دوه موازی
۴۳	۶	چی ضلعې د دایروی قطر	چی ضلعې د دایری د قطر
۴۶	۴	آتم تولګی	اتم تولګی
۷۲	۱۵	حل: نغرض کوو چی $\overline{CD}=4,5\,cm$ دی	حل: لکه څنګه چی $\overline{CD}=4,5\,cm$ دی

مخ	کرښه	غلط	صحیح
۷۳	۳	متساوی الساقین	متساوی الساتین
۷۹	شکل a		
۹۱	۱۰	$\frac{145}{360}\cdot$ (4,1 سوت)^2 $=\pi r^2\cdot\frac{\alpha}{360}$ د دوهمی دایری د قطاع مساحت	د دوهمی دایری د قطاع مساحت $=\pi r^2\cdot\frac{\alpha}{360}$
۱۸	۱۰	د محیط د اضلاعو د مجموعی حاصل ضرب په دوو، منفی څلور، ضرب قایمی کړه...	د مضلع د دوه چنده د اضلاعو څخه څلور منفی شی بیا حاصل ئی له قایمی سره ضرب شی که د داخلی زاویو اندازه په S، د اضلاعو تعداد په n وښیو نو داسی لیکو: $S=(2\cdot n-4)90°$ یا په بل عبارت: د یوی مضلعی د داخلی زاویو اندازه عبارت دی له: د مضلع د تعداد د اضلاعو څخه دوه منفی شی بیا حاصل ئی له 180° سره ضرب شی یعنی $S=(n-2)180°$

لومړی طبع
دچاپ شمیر ۸۰۰ توکه

د 8 جز حل:

ترسیم :- د لومړۍ، دوهمې او دریمې دایرو مرکزونه تعین او په ترتیب سره ئې په O، O′ او O″ بنیو.

I... د $\hat{AOB}$ مساحت — د دوهمې دایرې د قطاع مساحت = {د دوهمې دایرې د سپین شوې او مخطط برخې مساحت.

II... د $\hat{AOB}$ مساحت — د لومړۍ دایرې د قطاع مساحت = {په لومړۍ دایره کې د سپینې شوې برخې (قطعه دایره) مساحت.

د I رابطې څخه II رابطه طرف په طرف تفریق کوو:

III (د $\hat{AOB}$ — د لومړۍ دایرې د قطاع مساحت) — (د $\hat{AOB}$ مساحت — د دوهمې دایرې د قطاع مساحت) = {د دوهمې دایرې د مخطط برخې مساحت.

د دوهمې دایرې د قطاع مساحت $= \pi r^2 \cdot \frac{d}{360} (4,1 \text{ سوت})^2 \cdot \frac{145}{360}$

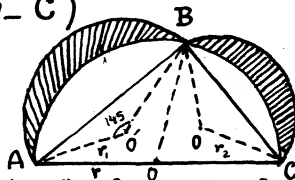
$= \frac{22}{7} \cdot (4,1 \text{ سوت})^2 \cdot \frac{145}{360} = 21,232\, s^2$ S مخفف د سوت دی.

د $\hat{AOB}$ مساحت $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \approx 7,807\, s^2$

د لومړۍ دایرې د قطاع مساحت $= \pi r^2 \cdot \frac{d}{360} = 3,142 \cdot 25 s^2 \cdot \frac{11}{36} = 23,957\, s^2$

د $\hat{AOB}$ مساحت $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$= 12,807\, s^2$



پوره قیمتونه په III رابطه کې وضع کوو:

د دوهمې دایرې د مخطط شوې برخې مساحت $= (21,232 s^2 - 7,807 s^2) - (23,957 s^2 - 12,807 s^2)$

$= 13,425 s^2 - 11,15 s^2 = 2,275 s^2$

(د نبی خوا د مخطط شوې برخې مساحت هم د پورته په شان پیدا کیږی.)

تمت بالخیر.

په ستونو کې په کار وړل شوې نښې :

په ستونو کې عموماً دا لاندې نښې په کار وړل کیږي:

په ستونو پورې مربوط مطلب نوم	علامه
په ست کې شمولیت	$\in$
په ست کې نه شمولیت	$\notin$
خالي ست	{ } یا $\emptyset$
مساوي ستونه	$=$
معادل ستونه	$\equiv$
واقعي فرعي ستونه	$\subset$
غیر واقعي فرعي ستونه	$\subseteq$
د ستونو اتحاد	+ یا $\cup$

په ستونو پورې مربوط مطلب نوم	علامه
د ستونو تقاطع	$\cap$
د ستونو تفاضل	$-$
د حقیقي اعدادو ست	R
د طبیعي اعدادو ست	N
د مفردو اعدادو ست	P
د تامو اعدادو ست	I
د ناطقو اعدادو ست	Q
د غیر ناطقو اعدادو ست	Q'

لومړی فصل
د ریاضي علم

د ریاضي د علم تعریف:

ریاضي د هغه علومو مجموعه ده چه د اعدادو او د هغه د مربوطو عملیاتو او اندازه ګیرۍ څخه بحث کوي. یا په بل عبارت: ریاضي هغه علم دی چه د مقادیرو او اعدادو څخه بحث کوي او په دې علم کې حساب، هندسه، الجبرا او مثلثات شامل دي.

د اعدادو د پیدا ایښت تاریخچه

انساني یا بشري فرهنګ او تمدن په خپل تاریخي مسیر کې د وخت او زمان ـ ډیرې لوړې، ژورې او بدلونونه تیر کړي تر څو نننۍ مرحلې ته رسیدلی دی، حتی ډیرې ساده او وړې مسایل کوم چه د انسانانو د توجه وړ نه ګرځي هم له دغې طبیعي قاعدې څخه لیرې پاتې نه دي.

عدد د ونه هم چه نن ورځ ماشومان ئې په کې له تلو د مدرسې نه له هغو سره سروکار لري او انساني عادي ژوند سره له هر شي څخه ډیره رابطه لري. د ډیرې مودې لپاره زموږ نیکونه له مشکل سره مخامخ وو. او هیڅکله نه شو کولای د دې تخمین وکړو چه څه وخت او څومره زمانه تیره شوې، تر څو لومړنیو انسانانو شمار زده کړیدی. علمي تحقیقات ښیي چه د اولنۍ دورې انسان د داسې اعدادو څخه لکه (۱، ۲، ۳) بې خبره

درېیم فصل

څلورګونې عملیې په حساب کې

د هغو خاصیتونه او میزان کول

څرنګه چې تاسو د طبیعي اعدادو د څلورګونو عملیو (جمع، تفریق، ضرب او تقسیم) سره بلدیت لرئ او هم د نصاب په درسي کتابونو کې د هغوی په باب مکمل معلومات او مثالونه راغلي دي. نو ځکه دلته صرف د هغوی د تعریف او خاصیتونو په را سپړلو سره اکتفا کوو.

A. د جمع عملیه:

I. د جمع تعریف: د هم جنسو شیانو یوځای کول ته جمع وایي.

II. د جمع خاصیتونه (یا اساسي قوانین):

a: د اعدادو سټ د جمعې تر عملیې لاندې یو تړلی سټ دی (د هرو دوو عددونو مجموعه بیا هم یو عدد دی) مثلاً: $11=8+3$

b: تبدیلي قانون: که د جمعې په عملیه کې د حدونو ځای ته تغیر ورکړل شي، د جمع په حاصل کې څه فرق نه راځي. مثلاً:

$$12+8+13=8+13+12=8+12+13$$

c: اتحادي قانون: که د جمعې په عملیه کې د دوو یا څو عددونو پر ځای د هغوی مجموعه ولیکل شي، د جمع په حاصل کې کوم تغیر نه راځي.

مثلاً: $14+12+10=14+(12+10)=12+(10+14)$

d: که له یوه عدد سره صفر جمع کړو په عدد کې کوم تغیر نه راځي.

مثلاً: $0+4=4+0=4$

III. د جمعې د عملیې میزان :- بخوائي جمعې د عملیې د میزان لپاره د (۹) طرح طریقه په کار وړله خو په دغه طریقه کې اشتباه پیښېدلای شي او د اعتبار او اعتماد وړ نه ده. مثلاً :

$$\begin{array}{r} 47 \\ +53 \\ \hline 82 \end{array}$$

د نوموړي سوال میزان د (۹) په طرح داسې کیږي.

$$\left[\{(4+7)-9\}+(5+3)\right]-9=(8+2)-9$$

$$1=1$$

لیدل کیږي چه د جمع عملیه غلطه ولې د ۹ طرحه میزان حکم کوي چه عملیه درسته ده. پس باید د جمع د عملیې میزان په لاندې دوو طریقو وشي :

1. که د جمع د حد و د وهم مرتبه ارقام موله پورته نه کښته خوا ته جمع کړې وي نو دوهم ځل هغه له کښته خوا څخه پورته جمع کوو، که د دواړو خواو د جمع حاصلونه سره مساوي راغلل نو د جمع عملیه درسته ده.

مثلاً:

$$\begin{array}{r} 10 \\ 14 \\ 12 \\ +11 \\ \hline 47 \end{array} \downarrow \qquad \uparrow \begin{array}{r} 47 \\ \hline 10 \\ 14 \\ 12 \\ 11 \end{array}$$

2. د اتحاد او تبدیلي د قوانینو په کمک سره کولای شو چه د جمع حدود په مختلفو ګروپونو کې جمع او بیا د ګروپو نتیجې سره یوځای کوو، که چیرې د غه حاصل د جمع د حاصل سره یو شان راشي نو عملیه صحیح اجرا شوېده.

مثلاً:

a. $(1+3)+4=8$
$1+(3+4)=8$
$(1+4)+3=8$
$1+3+4=8$

b. $\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ 4 \\ +6 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +3 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +6 \\ \hline 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +10 \\ \hline 15 \end{array}$

c. $2+3+4+6=15$
$(2+3+4)+6=15$
$9+6=15$

B. د تفریق عملیه:

I. د تفریق د عملیې تعریف: د کوچنی عدد د کمول د همجنس لوی عدد څخه د تفریق په نوم یادیږي. مثلاً:

مفروق منه ← 15 افغانۍ
مفروق ← 7 – ″
د تفریق حاصل ← 8 افغانۍ

II. د تفریق د عملیې خاصیتونه:

a: که مفروق منه سره یو عدد جمع او یا ور څخه تفریق شي حاصل ئې هم په همغه اندازه زیات یا کمیږي. مثلاً:

الف: که د مفروق منه سره یو عدد جمع شي مثلاً

18	(13+5)	13
–4	–4	4
14	9+5	9

ب: که د مفروق منه څخه یو عدد کم شي:

$8 - 4 = 4$ ∴ $(13-5) - 4 = 9-5$ ، $13 - 4 = 9$

b: که د مفروق سره یو عدد جمع شي د تفریق حاصل په همغه اندازه کمیږي او که د مفروق څخه یو عدد کم شي د تفریق حاصل هم د همغه عدد په اندازه زیاتیږي مثلاً

$20 - 15 = 5$ یا $20 - (15-2) = 7$

$20 - (15+2) = 3$

یا $20 - 17 = 3$ $20 - 13 = 7$

c: که چیرې د تفریق په عملیه کې د مفروق او مفروق منه سره عین عدد جمع او یا ور څخه تفریق شي په حاصل کې ئې کوم تغیر نه راځي.

مثلاً: $(17-12) = (17-3) - (12-3) =$

$(17+3) - (12+3)$

III. دتفریق دعملیې میزان:

دتفریق حاصل + مفروق = مفروق منه

مثلاً: $500 - 200 = 300$

$$\underset{\text{مفروق منه}}{500} = \underset{\text{مفروق}}{200} + \underset{\text{دتفریق حاصل}}{300}$$

دنهو په طرحه میزان هم دلته په تفریق کې په مکمل ډول د اعتماد او اطمنان وړ نه دی.

مثلاً: $69 - 12 = 48$

میزان: $\{[(6+9)-9]-(1+2)\}=(4+8)-9$

$$3=3$$

ځکه چه عملیه غلطه اجرا شوه خو میزان هغه صحیح ښیي.

c. دضرب عملیه:

I. تعریف: د مساوي عددونو دجمعې کولو لنډې طریقې ته ضرب وایې.

II. دضرب دعملیې خاصیتونه:

a. د دوو عددونو دضرب حاصل بیاهم یو عدد دی. مثلاً $4.5=20$

b. که دضرب په عملیه کې دضربي عواملو ځایونه بدل کړو په نتیجه کې ئې کوم فرق نه راځي. مثلاً: $3.2=6$ او $2.3=6$

c. اتحادي قانون: ددرې یازیاتو عددونو دضرب دحاصل د پیدا کولو لپاره ښې له دې چه دضرب حاصل ئې تغیر وکړي کولای شو چه پخپله خوښه دوه عددونه انتخاب او بیا ئې سره ضرب او دضرب حاصل ئې له دریم عدد سره ضرب کړو، او که چیرې ډېر وي په همدغه شکل عمل کولای شو.

مثلاً:

$3.4.5 = ?$

چه دا رنګه عملیه وربانديې سرته رسولای شو:

$$3.4.5 = (3.4).5 = (5.4).3$$

d. توزيعي قانون:

1. د يوه عدد او ديوې حاصل جمع او يا حاصل تفريق د ضرب د حاصل د پيدا کولو لپاره، لې له دې چه په نتيجه کې فرق راشي کولای شو هغه عدد په هغو اعدادو کې چه د جمع او يا تفريق په حالت کې دي په جلا، جلا توګه ضرب او حاصلونه يې يوله بل سره جمع او يا يې ورڅخه تفريق کړو.

مثلاً:

$4(3+2) = (4.3) + (4.2)$ يا: $4(3-2) = (4.3) - (4.2)$

$4.5 = 12 + 8$ $4.1 = 12 - 8$

$20 = 20$ $4 = 4$

e. په ضرب کې خنثى عنصر (1) کې، د يوه عدد د ضرب قانون:

په يوه عدد کې چه خلاف د صفر وي که چيرې (1) ضرب کړو حاصل به يې همغه عدد وي. او يوه (1) ته د ضرب په عمليه کې خنثى عنصر وايي.

مثلاً: $1.2 = 2.1$

f. که په صفر کې يو عدد ضرب شي نو حاصل به يې صفر وي.

III. د ضرب د عمليې ميزان:

د ضرب د عمليې د ميزان لپاره د ضربي عواملو ځای ته تغير ورکوو او بيا يې ضرب کوو يعنې د ضرب عمليه تکراروو که چيرې په دواړو صورتو کې نتيجې يوشان او مساوي وي نو وايو چه د ضرب عمليه په درست ډول سرته رسيدلې. مثلاً:

$25.30 = 750$ $30.25 = 750$

په یاد بوو چه بخوا به د ضرب د عملیې میزان د ۹ طرح د طریقې په ذریعه کاوه لیکن د غه طریقه په مکمل ډول د اعتماد او باور وړ نه ده لکه په لاندې مثال کې:

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 63 \\ \hline 96 \\ 192 \\ \hline 6012 \end{array}$$

نو د دغه سوال میزان د ۹ طرح په طریقې سره داسې ښکاره کیږي لکه د سوال په ځنګ کې چه اجرا شویده. خو لیدل کیږي چه د سوال ځواب صحیح نه دی، - لیکن د ۹ طرحې میزان حکم کوي چه ځواب صحیح دی.

D. د تقسیم عملیه

I. تعریف:

تقسیم د ضرب معکوسه عملیه ده، یعنې د تقسیم عملیه را ښیي چه په یوه عدد کې یو بل عدد څو ځلې شامل دی. او هغه عدد چه تقسیمیږي هغه ته مقسوم او چه وړ باندې تقسیمیږي هغه ته مقسوم علیه او هغه عدد چه د تقسیم د عملیې په نتیجه کې په لاس راځي خارج قسمت او کوم عدد چه د تقسیم د عملیې د سرته رسولو وروسته زیات پاتې کیږي باقي ورته وایي.

II. د تقسیم د عملیې خاصیتونه:

a: که مقسوم او مقسوم علیه دواړه په یوه عدد کې ضرب او یا وړ باندې تقسیم شي د تقسیم په حاصل کې ئې کوم تغیر نه راځي خو د تقسیم باقي هم یا په نوموړي عدد کې ضرب او یا په نوموړي عدد تقسیمیږي.

مثلاً:

مقسوم $30 \overline{|} 4$ ← مقسوم علیه
28 | 7 ← خارج قسمت
2 ← باقی

$30 \cdot 3 \,|\, 4 \cdot 3 = 90 \,|\, 12$
$-84 \,|\, 7$
6

$30 \,|\, 4$
$-28 \,|\, 7$
2

$30 \div 2 \,|\, 4 \div 2 = 15 \,|\, 2$
$-14 \,|\, 7$
1

b. که دوه عددونه پر یوه بل عدد دتقسیم وړ وي نو:

1: دهغوی دجمع حاصل هم په نوموړي عدد دتقسیم وړ دی او دتقسیم حاصل ئې دهغوی دتقسیم د حاصلونو د مجموعې سره مساوي دی.

2: دهغوی دتفریق حاصل هم په همغه عدد دتقسیم وړ دی او دتقسیم حاصل ئې دهغوی د تقسیم دحاصلونو د تفریق د حاصل سره مساوي دی.

مثلاً: 54 او 36 عددونه په نظر کې نیسو چه هر یو په (6) پوره ویشل کیږي، اوس د دواړو د تفریق حاصل په لاس راوړو او بیائې په (6) ویشو

$$54 - 36 = 18 \Rightarrow 18 \div 6 = 3$$
$$\begin{cases} 54 \div 6 = 9 \\ 36 \div 6 = 6 \end{cases} \Rightarrow 9 - 6 = 3 \quad \Big\} \; 3 = 3$$

اوس د دواړو مجموعه په لاس راوړو او بیائې په 6 ویشو یعنې:

$$54 + 36 = 90 \Longrightarrow 90 \div 6 = 15 = 9 + 6$$

c. که د ضربي عواملو څخه یوئې پر یوه عدد دتقسیم وړ وي نو دنوموړو عددونو د ضرب حاصل هم په همغه عدد د تقسیم وړ دی مثلاً:

$9 \cdot 8 = 72$ څرنګه چه ← $9 \div 3 = 3$
$72 \div 3 = 24$

لیدل کیږي چه د ۹ او 8 د ضرب حاصل 72 دی او یو له نوموړو عددونو څخه

چه ۹ دی په 3 پوره تقسیمېږي پس د ضرب حاصل له یو بل عدد (8) .

مره هم په 3 باندې پوره تقسیمېږي .

d : هر عدد چه د (1) پر عدد د تقسیم شي حاصل ئې پخپله هم غه عدد دی مثلاً : $4 \div 1 = 4$

نوټ : تراوسه پورې د ریاضي پوهان نه دي بریالي شوي چه یو عدد تقسیم په صفر کړي که هر عدد ئې په ځواب کې فرض کوو بیا هم اصل عدد د میزان په نتیجه کې په لاس راوړې نه شو . $\frac{a}{0} = ?$

د تقسیم د عملیې میزان :

د تقسیم د عملیې میزان دا رنګه کوو چه مقسوم علیه له خارج قسمت سره ضربوو او باقي ورسره جمع کوو ، که په نتیجه کې مقسوم په لاس راغی نو حتماً ځواب صحیح دی .

مقسوم = (مقسوم علیه . خارج قسمت) + باقي

او هم د ۹ طرح عملیه چه د تقسیم د میزان لپاره یکاروهل کیږي د پوره اعتماد او اطمینان وړ نه ده . مثلاً :

$$1752 \div 6 = 283$$



لیدل کیږي چه سوال غلط حل شوی خو د ۹ طرحي میزان دا حکم کوي چه سوال صحیح دی .

څلورم فصل

کسر

کسر په لغت کې ماتولو ته وايي او د حساب په علم کې هغه عدد چه قيمت يې د صفر او يو ، تر منځ وي کسر بلل کيږي . او په دوه ډوله دی :

عام کسر او اعشار کسر .

I . عام کسر :

که يو واحد په څو مساوي برخو وويشو او له هغه څخه يوه ، دوې يا څو برخې وا خلو کوم عدد د چه دغه مقدار رابنيي د عام کسر په نوم ياديږي مثلاً : که يوه منه په څلورو برخو وويشو او له هغه څخه درې برخې وا خلو نو دغه اخستل شوی مقدار داسې ليکو :

$$\frac{3}{4}$$

صورت ← 3 ← کسري خط

مخرج ← 4

د عام کسر ډولونه :

عام کسر په درې ډوله دی :

الف : واقعي کسر : هغه کسر دی چه صورت يې له مخرج څخه کوچنی وي لکه : $(\frac{1}{2})$.

ب : معادل په يوه کسر : هغه کسر دی چه صورت يې له مخرج سره برابر وي .

ج : غير واقعي کسر : هغه کسر دی چه صورت يې له مخرج څخه لوی وي مثلاً : $\frac{5}{3}$ لکه : $(\frac{4}{4})$

د کسرونو مقایسه:

دکسرونو کوچنی والی او لوی والی معلوملو ته مقایسه والې او د تشخیص څخه وروسته دمقایسي دبیان لپاره په ریاضی کې (>)* علامې څخه کار اخلو. ددې لپاره چه کسرونه سره مقایسه کړو نو لاندې درې حالتونه باید په پام کې ولرو:

1. که په دوو کسرونو کې مخرجونه سره برابر او صورتونه توپیر ولري، هغه کسر لوی دی چه صورت ئې لوی وي، داځکه چه په دواړو کسرونو کې ټوټې سره برابرې دي نو واضح خبره ده کوم کسر چه د اخستل شویو ټوټو مقدار ئې ډیر وي د هغه مقدار به لوی وي مثلاً: $\frac{3}{5}$ او $\frac{2}{5}$ کسرونه دارنګه مقایسه کوو چه $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$.

2. که په دوو کسرونو کې صورتونه سره مساوی او مخرجونه سره توپیر ولري، هغه کسر لوی دی چه مخرج ئې کوچنی وي. داځکه چه هغه کسر چه مخرج ئې کوچنی وي دهغه کسر څخه لوی دی چه مخرج ئې لوی وي مثلاً: که یو واحد په (8) برخو وویشو او یو بل واحد په (25) برخو وویشو د اولی کسر هره ټوټه لویه ده نسبت د دوهم کسر هرې ټوټې ته. مثلاً: $\frac{5}{6}$ او $\frac{5}{7}$ کسرونه دارنګه سره مقایسه کوو، $\frac{5}{7} < \frac{5}{6}$. او داسې لوستل کیږي $\frac{5}{7}$ کسر کوچنی دی له $\frac{5}{6}$ کسر څخه. یا $\frac{5}{6}$ لوی دی له $\frac{5}{7}$ څخه.

3. که په دوو کسرونو کې صورتونه او مخرجونه سره مساوی نه وي. لومړی کسرونه تجلیس (هم مخرج کوو) او بیا اول حالت ورباندې تطبیق کوو. مثلاً: $\frac{1}{2}$ او $\frac{3}{4}$ کسرونه دارنګه مقایسه کوو: $\frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ یا $\frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ ∴

$\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{4} = \frac{4}{8}$

$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$

(*): ددې علامې د راس طرف کوچنی او د زاوېې طرف ئې لوی نیسي. (لوی عدد > کوچنی عدد).

وو. او دخپل مقصد د بيانولو لپاره به يې شګې په کار وړلې او د شمار د تکامل په لومړنۍ مرحله کې چوب خط رواج وموند، چوب خط تر ۵۰ او ۴۰ کاله مخکې هم د دونيا په اکثرو ښارونو کې په کار وړل کېده، او س هم په افغانستان کې په قصابيو او نانوايو کې د هغو خلکو لپاره چه د نقد وپيسو د ورکولو توان نه لري استعماليږي. همدارنګه ابتدائي قبيلو او تولنو خپل شمار له هغو رنګې شګو څخه چه د چرم په ټوټه کې به يې اچولې سرته رسلاوه او هغو خلکو به چه د لويو دريابونو او رودخانو په څنګ کې ژوند کاوه د شمېر لپاره به يې د ماهيانو له غوږونو څخه استفاده کوله، همدارنګه د پښو او لاسو ګوتې هم د شمارونې وسيله وه.

ډېر احتمال ليدل کيږي چه اولنۍ عددونه لکه ۱، ۲، ۳ د انسانانو د اندامونو د ملاحظې په اساس منځ ته راغلي دي او تراوسه په چيني ژبه کې د ۲ عدد اصطلاح هم هغه کلمه ده د غوږونو لپاره په کار وړل کيږي يا په (تبتي) ژبه کې د ۲ عدد او د وزرونو لپاره يو رنګه اصطلاح په کار وړل کيږي، او همدارنګه په بعضو ژبو کې د ۲ د عدد د نوم د سترګو د نوم سره يو شان دی په اکثرو اوسنيو ژبو کې د ۱۳ څخه تر ۹۹ پورې د عددونو نومونه د اولنيو عددونو له مخې جوړ شويدي مثلاً: دوولس عدد د (دوه — پس له لس څخه) چه په تدريج سره د پس کلمه حذف او (دولس) ورڅخه جوړ شويدی او همدارنګه په دری ژبه کې (۹۰) په اصل کې نوتاده « نو مرتبه ده » وو چه اوس په (۹۰) بدل شويدی.

همدارنګه بايد په نظر کې ولرو چه د عددونو د نومونو پيدا ايښت او د عدد ونو د کلماتو لېکل دوې بېلې بېلې موضوعګانې دي چه د وخت په تېرېدو سره بشر توان پيدا کړ چه د اعداد و لېکل هم زده کړي.

د عامو کسرونو څلورګونی عملیې :

لکه څرنګه چه کولای شو په تامو اعدادو څلورګونی عملیې اجرا کړو همدارنګه کولای شو په عامو کسری اعدادو هم څلورګونی عملیې اجرا کړو :

الف : د جمعې عملیه :

د کسرونو په جمع کولو کې دالاندې حالتونه وجود لري :

a. $\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{1+3+2}{4}=\frac{6}{4} \text{ or } \frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$

یعنې که په مخرجونو کې داسې مخرج وي چه په ټولو مخرجونو پوره وویشل شي همغه ئې مخرج مشترک نیسو لکه د a په مثال کې چه د 4، عدد ذدی .

b. څرنګه چه دلته $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{5}=\frac{15+20+18}{30}=\frac{53}{30}=1\frac{23}{30}$

داسې مخرج نشته چه په ټولو مخرجونو پوره تقسیم شي نو د هغوی کوچنی مشترک مخرج پیدا کوو .

c. $1\frac{3}{4}+5\frac{1}{6}+\frac{3}{8}=?$

حل : لړی کسرونه غیر واجب او وروسته ئې د مخرجونو ذواضعاف اقل یا کوچنی مضرب مشترک پیدا کوو .

$1\frac{3}{4}+5\frac{1}{6}+\frac{3}{8}=$

$\frac{7}{4}+\frac{31}{6}+\frac{3}{8}=\frac{42+124+9}{24}=\frac{175}{24}=7\frac{7}{24}$

د پورتنیو مخرجونو د ذواضعاف اقل د پیدا کولو طریقه :

2	4	6	8
2	2	3	4
	1	3	2

او س دارنګه لیکلای شو چه :

$2\times3\times1\times2\times2=24$

ب: د تفریق عملیه:

دعام کسر د تفریق دعملیې سرته رسولو لار عیناً د جمع د عملیې په شان صورت نیسي لیکن د تفریق عملیه کې د تفریق دعلامې په مراعات کولو سره. مثالونه:

$$1:\ \frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{3-1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

$$2:\ \frac{7}{8}-\frac{3}{11}=\frac{77-24}{88}=\frac{53}{88}$$

$$3:\ 2\frac{2}{5}-1\frac{7}{10}=\frac{12}{5}-\frac{17}{10}=\frac{24-17}{10}=\frac{7}{10}$$

ج: د ضرب عملیه:

د کسر د ضرب په عملیه کې صورت له صورت سره او مخرج له مخرج سره ضرب کیږي. مثلاً:

$$1.\ \frac{3}{4}\cdot 1\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}$$

$$2.\ \frac{3}{4}\cdot 2\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{3}\cdot\frac{2}{5}=\frac{42}{60}=\frac{7}{10}$$

د: د تقسیم عملیه:

د ضرب د عملیې معکوسه ده یعنې د تقسیم په عملیه کې مقسوم علیه معکوس او د تقسیم علمې علامه په ضرب بدلیږي وروسته د ضرب عملیه ورباندې سرته رسیږي. مثلاً:

$$\frac{1}{2}\div\frac{3}{4}=\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{3}{\cancel{6}}}=\frac{2}{3}$$

دا مسئله چې ولې مقسوم علیه معکوس او علامه په ضرب تبدیل کیږي دا سې روښانه کیږي لکه ددې مثال مسئله:

$$\frac{3}{4}\div\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{1}=\frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{2}{\cancel{4}}}=\frac{3}{2}=1\frac{1}{2}$$

ثبوت: د تقسیم د قانون له مخې (که مقسوم او مقسوم علیه دواړه په یوه عدد کې ضرب کړو خارج قسمت تغیر نه کوي) نو دلته هم مقسوم او مقسوم علیه دواړه د $\frac{2}{1}$ کسر کې ضربوو.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} \div \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} \div \frac{1}{1} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$$

لیدل کیږي چه په نتیجه کې کوم تغیر ندی راغلی. مقسوم علیه معکوس او د تقسیم علامه په ضرب بدله شوه.

یا په بله طریقه: که $\frac{3}{4}$ عدد تقسیم د $\frac{1}{2}$ کړو چه خارج قسمت ئې (x) لاس ته راشي.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} = x \ \ldots\ldots \text{I}$$

$$x \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \ \ldots\ldots \text{II}$$

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$$

نتیجه: پورته ځواب هلته په لاس راځي چه مقسوم علیه معکوس او د تقسیم علامه په ضرب بدله شي.

II. اعشاري کسر:

اعشار یوه عربي کلمه ده چه د عشر جمع او عشر د لسمي برخې معنی ورکوي او په ریاضي کې هغه کسرونه چه مخرج ئې 10، 100، 1000... یعنی (10) یا د 10 په طاقت) وي د اعشاري کسرونو په نوم یادیږي. مثلاً: $\frac{1}{10}$، $\frac{5}{100}$، $\frac{212}{1000}$، $15\frac{322}{10000}$ .... او نور. او که د عام کسر د کسري خط پرځای د اعشاري کسر د علامې تخته کار واخلو نو پورتنی مثالونه داسې لیکلای شو:

15,0322 ، 0,212 ، 0,05 ، 0,1

داعشاري کسر څلورګوني عملیې:

الف. دجمع عملیه:

ددې لپاره چه څو اعشاري کسرونه سره جمع کړو دهر اعشاري کسر اعشاري عددونه داسې لیکو چه اعشاري رقمونه دخپل مقامي قیمت لاندې راشي بیا دساده جمعې دعملیې په شان عمل کوو.

مثلاً:

$$\begin{array}{r} 2,0012 \\ 3,5 \\ +0,021 \\ \hline 5,5222 \end{array}$$

ب. دتفریق عملیه:

ددې لپاره چه یو اعشاري کسر دبل اعشاري کسر څخه تفریق کړو نولومړی مفروق منه اوبیا مفروق داسې یو دبل لاندې لیکو چه هر رقم تر خپل رقم یا مقامي قیمت لاندې راشي. مثلاً: له (0,5) څخه (0,255) کمو.

$$\begin{array}{r} 0,5 \\ -0,255 \\ \hline \end{array}$$

مفروق منه ← 0,5
مفروق ← 0,255

حل: اوس دمفروق منه داعشاري عدد تر څنګ دوه صفرونه علاوه کوو ځکه چه داعشاري عدد دمخته دصفرونو یا توالي یا کمول د اعشاري عدد په قیمت کې کوم تغیر نه راولي. نو داسې لیکو چه:

$$\begin{array}{r} 0,500 \\ -0,255 \\ \hline 0,245 \end{array}$$

ج. دضرب عملیه: داعشاري کسرونو دضرب عملیه عیناً د

تامواعدادو د ضرب د عملیې پشان ده صرف پدې توپیر چه د ضرب د حا-
صل څخه د مضروب او مضروب فیه د اعشاری مرتبو د رقمونو د شمېر په اندا
زه د ښی خوا څخه مرتبې جدا کوو چه د غه جلا شوی رقم، د حاصل عشاری
برخه او پاتې ئې د صحیح عدد برخه ده مثلاً:

$$\begin{array}{r} 3,12 \\ \times\ 1,5 \\ \hline 1560 \\ 312 \\ \hline 4,680 \end{array}$$

د. د تقسیم عملیه:

داعشاری کسرونو د تقسیم په عملیه کې لاندې درې حالتونه موجود دي:

1. مقسوم اعشاری کسر او مقسوم علیه پوره عدد وي.

مثلاً: $12,75 \div 3 = ?$

$$\begin{array}{r|l} 12,75 & 3 \\ \cline{2-2} 12 & 4,25 \\ \hline 7 & \\ 6 & \\ \hline 15 & \\ 15 & \\ \hline \times & \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r|l} 1275 & 300 \\ \cline{2-2} 1200 & 4,25 \\ \hline \times 750 & \\ 600 & \\ \hline 1500 & \\ 1500 & \\ \hline \times & \end{array}$$

2 . مقسوم او مقسوم علیه دواړه اعشاری کسرونه وي. مثلاً:

$16,25 \div 3,2 = ?$

$$\begin{array}{r|l} 162,5 & 32 \\ \cline{2-2} 160 & 5,078 \\ \hline 250 & \\ 224 & \\ \hline 260 & \\ 256 & \\ \hline 4 & \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r|l} 1625 & 320 \\ \cline{2-2} 1600 & 5,078 \\ \hline 2500 & \\ 2240 & \\ \hline 2600 & \\ 2560 & \\ \hline 40 & \end{array}$$

3 . مقسوم پوره او مقسوم علیه اعشاری یا پوره عدد او اعشاری دواړه وي.

مثلاً:

1. $25 \div 0,5 = ?$

2. $25 \div 2,05 = ?$

1- حل

$$\begin{array}{r|l} 250 & 5 \\ \cline{2-2} 25 & 50 \\ \hline \times 0 & \end{array}$$

2- حل

$$\begin{array}{r|l} 2500 & 205 \\ \cline{2-2} -205 & 12,19 \\ \hline 450 & \\ -410 & \\ \hline 400 & \end{array} \quad \begin{array}{r} 400 \\ -205 \\ \hline 1950 \\ 1845 \\ \hline 105 \end{array}$$

دکسرونو تبدیلول یو پر بل باندې:

دا ممکن دی چه یو کسر د دواړو کسرونو په ډول وښودل شي ټول هغه اعداد چه د عام کسر په شیر ښودل کیدای شي د نا طق اعدادو په نوم یادیږي او دا ښکاره او څرګنده ده چه ټول اعشاری اعداد چه په عام کسر تبدیل کیدای شي ناطق اعداد دي. نو اوس غواړو هغه لارې او طریقې زده کړو چه د هغه پواسطه یو کسر په بل بدلولای شو:

الف. د عام کسر تبدیلول په اعشار کسر:

که وغواړو چه یو عام کسر په اعشاری کسر تبدیل کړو نو د دغه کسر صورت په مخرج تقسیموو. مثلاً: $\frac{3}{5} = 0,6$

$$\begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ -30 & 0,6 \\ \hline \times & \end{array} \Longrightarrow \quad \frac{3}{5} = 0,6$$

نوټ: د تقسیم عملیې ته تر هغه وخته پورې ادامه ورکولای شو تر څو د تقسیم باقي صفر شي.

ب. د اعشار کسر تبدیلول په عام کسر:

که وغواړو چه یو اعشاری کسر په عام کسر تبدیل کړو نو د دغه کسر اعشاری رقمونه د کسر صورت نیسو او په مخرج کې د اعشاری علامې پر ځای (1) او (1)، ښي خوا ته د هر اعشاری رقم پر ځای صفر لیکو او بیا د غه صورت او مخرج که امکان ولري د ړلو د اختصار کوو په لاس راغلی عام کسر د راکړشوي اعشاري کسر یو معادل کسر دی. مثلاً: (0,4) په عام کسر تبدیلوو:

$$0,4 = \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{5}{\cancel{10}}} = \frac{2}{5}$$

نوټ: دا چه د اعشاری علامې پر ځای په مخرج کې (1) او د عدد پر ځای صفرونه لیکو دا ځکه چه د هر عدد د چه مخرج ونه لري په حقیقت کې د هغه مخرج

یودی نو 0,4 اعشاری کسر دا رنګه لیکلای شو : ($\frac{0,4}{1}$). او د کسر د خاصیت له مخې صورت او مخرج دواړه په (10) ضرب کوو د کسر په قیمت کې کوم تغیر نه راځي یعنې : $\frac{0,4}{1} \cdot \frac{10}{10} = \frac{4}{10}$

بل دلیل دادی چه اعشار دلسم په معنی، نو دلته دا مفهوم لری چه واحد په لس مساوی برخو ویشل شوی له هغه څخه (4) برخې اخستل شوی نو ځکه په مخرج کې (10) لیکو همدارنګه نورې اعشاری اعداد هم.

باید و وایو چه صحیح عدد په دواړو کسرونو کې شا نته دی.

ج : دمتوالی کسر تبدیلول په عام کسر :

قاعده : دا ګرشوی متوالی کسر، متوالی ارقام په صورت کې لیکو. د اعشاری علامې څخه صرف نظر کوو او د هر متوالی رقم پرځای په مخرج کې (۹) لیکو. دامکان په صورت کې دغه صورت او مخرج اختصار وو. په لاس راغلی کسر غوښتل شوی عام کسر دی.

مثلاً : $0,\overline{126}$ متوالی عدد په عام کسر داسې بدلوو :

$$0,\overline{126} = \frac{126}{999} = \frac{14}{111}$$

داچه ولې د هر متوالی عدد پرځای په مخرج کې (۹) لیکو دا رنګه ثبوتوو :

فرض کوو چه ($M = 0,\overline{126}$) سره وی.

نو $M = 0,\overline{126} \ldots\ldots\ I$

اوس د مساوات دواړه خواوې په (1000) کې ضربوو یعنې :

$$1000 \cdot M = 1000 \cdot 0,\overline{126} = 1000M = 126,\overline{126} \ldots\ II$$

اوس I اوله رابطه له دوهمې رابطې څخه تفریق کوو :

$$\begin{array}{r} 1000M = 126,\overline{126} \\ - \quad M = 0,\overline{126} \\ \hline 999M = 126 \end{array} \quad ; \quad M = \frac{126}{999} = \frac{14}{111}$$

د. دهغو اعشاري کسر تبدیلول چه دمتوالی او غیر متوالی رقمو لرونکی وي. په عام کسر؛

قاعده: داعشاري رقمونو څخه غیر متوالی رقمونه تفریق کوو او نتیجه یې په صورت کې لیکو او په مخرج کې د هر متوالی رقم پرځای (۹) لیکو او د غیر متوالي رقم پرځای یو یو صفر ښي خوا ته لیکو.

مثال: $6,35\overline{84}$ په عام کسر واړوئ؟

$$6,35\overline{84} = 6\frac{3584-35}{9900} = 6\frac{3549}{9900} = 6\frac{1183}{3300}$$

د پورته عملیې ثبوت؛

صحیح عدد خو ثابت دی مونږ دلته صرف اعشاري رقم په نظر کې نیسو.

$$x = 0,35\overline{84} \; .\,.\,.\,.\,. \; I$$

اطراف په سلو کې ضربو.

$$100 . x = 100\ (0,35\overline{84} ...)$$

$$100x = 35,\overline{8484} \; .\,.\,.\,. \; II$$

اوله رابطه له دوهمې رابطې څخه تفریقوو.

$$\begin{array}{r} 100x = 35,\overline{8484} \\ -\quad x = 0,35\overline{84} \\ \hline 99x = 35,49 \end{array}$$

$$x = \frac{\overset{1183}{\cancel{3549}}}{\underset{3300}{\cancel{9900}}} = \frac{1183}{3300}$$

نو: $6,35\overline{84} = 6\frac{1183}{3300}$

پنځم فصل

نسبت، تناسب، فیصد، احدیت

I. نسبت:

تعریف: د دوه هم‌جنسو کمیتونو ترمنځ هغه عدد دی چه راښیي لومړی کمیت په دوهم کمیت کې څو ځلې شامل دی یا دوهم کمت په لومړي کمیت کې څو ځله شامل دی. یا په بل عبارت د لومړي کمیت په دوهم کمیت د تقسیم حاصل ته نسبت وایي.

مثلاً: د پلار عمر (30) کاله او د زوی عمر (10) کاله دی د پلار عمر د زوی د عمر څو چنده دی؟

$$\text{حل:}\quad 3 = \frac{3}{1} = \frac{30}{10} = \frac{\text{د پلار عمر}}{\text{د زوی عمر}} = \frac{\text{لومړی کمیت}}{\text{دوهم کمیت}} = \text{نسبت}$$

نو وایو د پلار عمر د زوی د عمر 3 چنده دی.

د نسبت تطبیق په مسایلو کې:

لاندې پوښتنې د نسبت د تطبیق عملیه په ښه ډول سره واضح کوي.

1. د احمد او بهادر د عمرونو نسبت $\frac{3}{2}$ دی او د بهادر او ثابت د عمرونو نسبت $\frac{4}{5}$ دی د احمد او ثابت د عمرونو نسبت پیدا کړئ؟

حل:

$$\frac{\text{احمد}}{\text{بهادر}} = \frac{3}{2}\ ,\quad \frac{\text{احمد}}{\text{ثابت}} = ?\quad \frac{\text{احمد}}{\text{بهادر}} \cdot \frac{\text{بهادر}}{\text{ثابت}} = \frac{3}{\cancel{2}} \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{4}}}{5}$$

$$\frac{\text{بهادر}}{\text{ثابت}} = \frac{4}{5}\qquad \therefore \frac{\text{احمد}}{\text{ثابت}} = \frac{6}{5}$$

2 ـ دد وو سوداګرو د سرمایو نسبت $\frac{5}{9}$ دی که د دوهم سوداګر سرمایه 45000 افغانۍ وي د اول سوداګر سرمایه پلاس راوړئ؟

حل:- $\frac{5}{9} = \frac{A}{45000} = \frac{5}{9} = \frac{A}{B}$ نو A لومړی سوداګر

B دوهم 〃

فرض کوو.

$$= 9A = 5 \cdot 45000$$

$$A = \frac{5 \cdot \overset{5000}{45000}}{9} = 25000$$

$$\left\{ \frac{A}{B} = \frac{25000}{45000} = \frac{5}{9} \right\}$$

3 ـ دیوه سړي ځمکه 72 جریبه ځمکه او (200000) افغانۍ په میراث پاتې دي تاسو به دغه میراث د ښځې، دری زامنو او دری لونو ترمنځ تقسیم کړی؟

حل:- $9 = 1+1+1+2+2+2$ = د زامنو او لونو برخې ، $\frac{1}{8}$ = د ښځې برخه

$\frac{1}{8} \cdot 72 = 9$ جریبه نو $72 - 9 = 63$ = د ښځې د ځمکې برخه

جریبه $42 = 6 \times \frac{63}{9}$ = د دری زامنو برخې

جریبه $21 = 3 \cdot \frac{63}{9}$ = د دریو لونو برخې

$\frac{1}{8} \cdot 200000 = 25000$ افغانۍ پاتې پیسې = د ښځې د پیسو برخه

$$\begin{array}{r} 200\,000 \\ -\ 25\,000 \\ \hline 175\,000 \end{array}$$ افغانۍ

$\frac{175000}{9} \cdot 6 = 116666,\bar{6}$ افغانۍ = د زامنو د پیسو برخه

$\frac{175000}{9} \cdot 3 = 58333,\bar{3}$ افغانۍ = د لونو د 〃 〃

4 ـ دیوه تجارتي شرکت سرمایه 45000 افغانۍ ده او دری تنه سوداګران پکې شریک دي که د دوی د سرمایو نسبت 3:5:7 وي د هر یوه سرمایه معلومه کړئ؟

حل: سهمونه $= 7+5+3 = 15$ ، د لومړي شریک $= \frac{45000}{15} \cdot 3 = 9000$ افغانۍ

د دوهم شریک $= \frac{45000}{15} \cdot 5 = 15000$ افغانۍ

د دریم 〃 $= 3000 \cdot 7 = 21000$ افغانۍ

د عدد ونو د ليکلو اولني شکل تصويري خط (هيروغليف) څخه استفاده کېده. مثلاً: د مرغۍ د ښودلو لپاره تابوت شکل او د يوه تن څخه د زيا تو مرودـ ښودلو لپاره به ئې تابوتونه رسمول. يا د مسافرت د وړ ځود ښودلو لپاره به ئې دوه ځود شمېر په اندازه د لمر شکلونه رسمول.

د پاتې شويو تاريخي آثارو کتنه دا ښيي چه داعدادو تصويري شکل له رواجېدو څخه مخکې داعدادو د ليکلو لومړنۍ مرحله د (چوب خط) د علايمو څخه کته اخستنه ده او د وخت په تېرېدو سره هر يو بشري تولنې داعدادو د ليکلو لپاره خاصه لار پيدا کړه، د پخواني زماني مصريانو له يوه څخه تر لسو پورې داعدادو د ليکلو په خاطر له يوه څخه ترلسو مستقيم خطونه استعمالول لکه: IIII ، ∩ ، ୨ ، ✗ ، F ، ⟋ ، ⎍

۴ ، ۱۰ ، ۱۰۰ ، ۱۰۰۰ ، ۱۰۰۰۰ ، ۱۰۰۰۰۰ ، ۱۰۰۰۰۰۰

بابليانو د ختمو په تختو د ميخي علايمو په ايښودلو سره عدد نوليسي کوله. مثلاً ▼ ـ ▼▼ ... په همدې ترتيب سره د شمېر په اندازه به ئې شکلونه رسم کول يعنې د ۱۰۰۰ د عدد د لپاره به ئې زر ميخونه رسم کول ځکه د دوی ليک ميخي دی، او د دغې طريقې څخه ئې داعدادو په ليکلو کې استفاده کوله. څرنګه چه د (۶۰)ـ عدد د بابليانو په نزد د خاص اهميت وړ وو نو د هغه لپاره ئې خاصه علامه انتخاب کړې وه.

يونانيانو د الفبا د حروفو څخه داعدادو په ليکلو کې کار اخيست منتهی د هر حرف په سر به ئې د (آکسان) علامه (ˊ) ليکله، ترڅو داعدادو او حروفو ترمنځ توپير شوی وي مثلاً: ($\acute{A}, \acute{B}, \acute{C} \ldots$ / 1، 2، 3) د مثال په توګه يوه نمونه ښيو چه هغه دا ده: ($\acute{A}$) د يوه پر ځای، ($\acute{B}$) د دوو پر ځای، ($\acute{C}$) د لسو پر ځای

5 _ (320) منه غنم څلورو بزګرانو ته د (11، 9، 7، 5) په نسبت وویشئ؟

حل:- د سهمو مجموعه $= 11+9+7+5 = 32$

د I، نفر برخه $= \frac{320}{32} \cdot 11 = 110$ منه   د III نفر برخه $= 10 \cdot 7 = 70$ منه

د II، ″ ″ $= \frac{320}{32} \cdot 9 = 90$ منه   د IV ″ ″ $= 10 \cdot 5 = 50$ منه

6- د سپوږمۍ شعاع د ځمکې د شعاع $\frac{3}{11}$ دی. د ځمکې شعاع (180) واره د لمر له شعاع نه کوچنۍ ده د سپوږمۍ د شعاع نسبت د لمر د شعاع سره پلاس راوړئ؟

حل:-

$$\frac{\text{سپوږمۍ}}{\text{ځمکه}} = \frac{3}{11}$$

$$\frac{\text{د لمر شعاع}}{\text{د ځمکې شعاع}} = \frac{180}{1}$$

$$\frac{\text{سپوږمۍ}}{\text{لمر}} = ?$$

$$\frac{\frac{\text{سپوږمۍ}}{\text{ځمکه}}}{\frac{\text{لمر}}{\text{ځمکه}}} = \frac{\frac{3}{11}}{\frac{180}{1}}$$

$$= \frac{\text{سپوږمۍ}}{\text{ځمکه}} \cdot \frac{\text{ځمکه}}{\text{لمر}} = \frac{3}{11} \cdot \frac{1}{\underset{60}{180}}$$

$$= \frac{\text{سپوږمۍ}}{\text{لمر}} = \frac{1}{660}$$

II - تناسب:

<u>تعریف</u>: د دوو نسبتو تساوی ته تناسب وایي. مثلاً:- $\frac{27}{45} = \frac{3}{5}$
چه په دغه تناسب کې له چپې خوا د ریاضي د قانون په اساس لیکل شوي دي 27 او 5 ته د تناسب طرفین، 45 او 3 ته د تناسب وسطین وایي.
یا په بل عبارت د یو تناسب اولې جملې او څلورمې جملې ته طرفین او د تناسب دوهمې او دریمې جملې ته د تناسب وسطین وایي، داځکه چه په اولني حالت کې نسبت داسې لیکل کیږي $27:45::3:5$ طرفین وسطین

چه په نوموړې شکل کې د (:) د تقسیم معنی او (: :) نښه د نسبت مفهوم ارائه کوي.

د تناسب ډولونه:

۱ـ مستقیم تناسب :ـ که چیرې په یوه تناسب کې داسې رابطه موجوده وي چه که یو کمیت زیات یا کم شي په مقابل کې ئې مربوط کمیت هم په ترتیب سره زیات او یا کم شي نو د غه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي.
یا په بل عبارت که په یو تناسب کې د یو نسبت د یوې جملې په زیاتیدو یا کمیدو سره په بل نسبت کې مربوطه جمله په ترتیب سره زیاته یا کمه شي نو داسې تناسب ته مستقیم تناسب وایي. مثلاً: که موږ د یو شي مقدار او قیمت په نظر کې ونیسو هر څومره چه د شي مقدار زیات شي نو په مقابل کې ئې قیمت هم زیاتیږي او یا برعکس که د شي مقدار کم شي نو په مقابل کې ئې قیمت هم کمیږي.

۲ـ معکوس تناسب :ـ که چیرې په یو تناسب کې د یو نسبت د یوې جملې په زیاتیدو سره د بل نسبت مربوطه جمله کمه شي یا د یو نسبت د یوې جملې په کمیدو سره د بل نسبت مربوطه جمله زیاته شي نو داسې تناسب ته معکوس تناسب وایي.
او یا په بل عبارت، که چیرې په یو تناسب کې یو کمیت زیاتیږي او په مقابل کې ـ مربوطه کمیت په ترتیب سره کم شي. او یا برعکس که په یو تناسب کې یو کمیت کم او په مقابل کې ئې مربوطه کمیت زیات شي نو د غه ډول تناسب ته معکوس تناسب او یا غیر مستقیم تناسب وایي.
مثلاً: که دوه نلونه یو حوض په څلورو ساعتو کې ډک کړي نو څلور همغه شان نلونه به ـ نوموړې حوض په دوو ساعتو کې ډک کړي.

۲ـ **مرکب تناسب**: ـ کله چیرې له دوو څخه زیات نسبتونه سره مساوي وي نو دغه ډول نسبتونه یو مرکب تناسب جوړوي. او یا په بل عبارت: دغه مساوي نسبتونه سره چه له دوو څخه زیات عناصر ولري یو مرکب تناسب تشکیلوي. مثلاً: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}$ ، باید په یاد ولرو چه په یو مرکب تناسب کې د اول نسبت صورت او د نورو نسبتونو-مخرجونه طرفین او د لمړي نسبت مخرج او د نورو نسبتونو صورتونو ته د نوموړي مرکب تناسب وسطین وايي. لکه په پورته مثال کې 1، 4، 6، 8 د نوموړي تناسب طرفین او 2، 2، 3، 4 ته يې وسطین وايي.

د تناسب خاصیتونه: د تناسب ټول خاصیتونه سره له ثبوته د نهم ټولګي د ریاضي په کتاب کې درج شوي دي نو ځکه دلته يې له مفصل ذکر څخه صرف نظر کوو، لوستونکي کولای شي د نوموړي کتاب څلورم فصل ته مراجعه وکړي. خو دلته صرف په یوه مثال کې هغه تطبیقوو.

مثال: له دغه تناسب څخه نوي تناسبونه جوړ کړی؟

$$\left\{\frac{2}{3}=\frac{6}{9}\right\}$$

1ـ $3.6=2.9$

2ـ $\frac{9}{3}=\frac{6}{2}$

3ـ $\frac{2}{6}=\frac{3}{9}$

4ـ $\frac{3}{2}=\frac{9}{6}$

5ـ $\frac{2+3}{3}=\frac{6+9}{9}$ یا $\frac{5}{3}=\frac{15}{9}$

6ـ $\frac{2}{3+2}=\frac{6}{9+6}$ یا $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$

7ـ $\frac{2-3}{3}=\frac{6-9}{9}$ یا $\frac{-1}{3}=\frac{-3}{9}$

8ـ $\frac{2}{3-2}=\frac{6}{9-6}$ یا $\frac{2}{1}=\frac{6}{3}$

9ـ $\frac{2+3}{2-3}=\frac{6+9}{6-9}$ یا $\frac{5}{-1}=\frac{15}{-3}$

10ـ $\frac{2+6}{3+9}=\frac{8}{12}$ یا $\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$

11ـ $\frac{6-2}{9-3}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}=\frac{6}{9}$

12ـ $\frac{6\div 2}{9\div 3}=1$

د تناسب تطبیق په عملی ډول په مسایلو کې:

د دې لپاره چه ګران او معزز ښوونکي د تناسب له تطبیق او حل سره په ښه ډول بلد شوي وي لاندې څو سوالونه او د هغوی حل ذکر کوو.

1ـ که $81\frac{1}{4}$ منه غنم بیه ($2908\frac{3}{11}$) افغانی وي دیو من غنمو بیه معلوم کړئ؟

حل:-

دغنمو وزن	بیه
$81\frac{1}{4}$ منه	$2908\frac{3}{11}$ افغانی
1 من	x

$$x = \frac{1 \cdot 2908\frac{3}{11}}{81\frac{1}{4}} = \frac{11635/4}{325/4} = \frac{11635}{4} \cdot \frac{4}{325}$$

$$x = 35\frac{4}{5}$$ افغانی

2 ـ که دیوې شمعې اوږدوالی $15\frac{3}{4}$ سانتي متره وي او د سوځېدو په وخت کې $\frac{1}{2}$ ملی متره په هره دقیقه کې لنډېږي نو موږ ته شمع د څو مره وخت لپاره کافی ده؟

حل:-

دشمعې اوږدوالی	دسوځېدو وخت
$15\frac{3}{4} cm = 157,5\ mm$	x
$\frac{1}{2}\ m.m$	$1'$

$$x = \frac{157,5\ mm \cdot 1'}{1/2\ mm} = \frac{157,5}{0,5} = 315'$$ یا

$$x = 5H, 25\ min$$

3:ـ که دیو تناسب درې لومړي حدونه (4، 6 او 8) وي څلورم حد یې معلوم کړئ؟

حل:-

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{8}{d} = 4d = 48$$

$$\therefore d = \frac{48}{4} = 12 \quad \text{څلورم حد} = 12$$

4ـ د (200) کیلوګرامه اوړو څخه (240) کیلوګرامه پخه ډوډۍ لاسته راځي د (222) کیلوګرامه ډوډۍ لپاره څومره اوړه پکار دي؟

حل :ـ

اوړه	پخه ډوډۍ	
200 Kgr	240	قرصه
x	222	〃

$$x=\frac{200\,Kgr \cdot 222 \text{ قرصه}}{240 \text{ قرصه}}=185\,Kgr$$

5ـ دوه عددونه پیدا کړئ چه نسبت یې $\frac{5}{11}$ او فرق یې (60) وي؟

حل :ـ

$$\left.\begin{array}{l}\frac{a}{b}=\frac{5}{11}\ \ldots\ \text{I}\\ b-a=60\ \ldots\ \text{II}\end{array}\right\}\ \frac{a}{b}=\frac{5}{11}$$

د a قیمت $\Longrightarrow \frac{a}{b-a}=\frac{5}{11-5}\Rightarrow\frac{a}{60}=\frac{5}{6}=a=\frac{5\cdot 60}{6}$

$\underline{a=50}$

د b قیمت $\Longrightarrow \frac{a}{b}=\frac{5}{11}\Rightarrow\frac{50}{b}=\frac{5}{11}\Rightarrow b=\frac{50\cdot 11}{5}$

$\underline{b=110}$

6ـ که د دوو عددونو نسبت $\frac{3}{4}$ دی که اول عدد (60) وي، دوهم عدد پیدا کړئ؟

حل :ـ

$a=60$
$b=?$

$$\frac{a}{b}=\frac{3}{4}\Longrightarrow\frac{60}{b}=\frac{3}{4}=3b=4\cdot 60$$

$$b=\frac{4\cdot 60}{3}=80 \quad \therefore \underline{b=80}$$

7ـ د دوو عددونو نسبت $\frac{2}{5}$ او مجموعه یې 49 وي نو موږ عددونه پیدا کړای شو؟

حل :ـ

$$\left.\begin{array}{l}\frac{m}{n}=\frac{2}{5}\\ m+n=49\\ m=?\\ n=?\end{array}\right\}\ \begin{array}{l}\frac{m}{n}=\frac{2}{5}\Longrightarrow\frac{m+n}{n}=\frac{2+5}{5}\\ =\frac{49}{n}=\frac{7}{5}\Rightarrow n=\frac{5\cdot 49}{7}=35\\ \text{نو } m=\frac{2\cdot 35}{5}=14 \qquad \underline{m=14}\end{array}$$

III ــ فیصد : ځینې کمیات لکه زکات ، تخفیف ، نفع ، ـ ضرر ، مصارف ... د سلو له مخې تعین کېږو د مخې عملیې ته فیصد وايي

په ریاضي کې د فیصد د کلمې په ځای د اعلامه (٪) یکاروهل کیږي .

په فیصد کې عموماً د څلورو کمیتو څخه بحث کیږي . چه اصلی کمیت یا سرمایه (S) محصولی کمیت یا فایده (I) د سلو نفع یا نرخ (N) او د (100) ـ عدد دی . چه د نورو کمیتو په منځ کې دا رابطې وجود لري .

$$S \cdot N = I \cdot 100$$

$$S = \frac{I \cdot 100}{N} \quad ، \quad N = \frac{I \cdot 100}{S} \quad ، \quad I = \frac{S \cdot N}{100}$$

د فیصد تطبیق په مسایلو کې : د دې لپاره چه پوه شو

څرنګه د فیصد مربوطه محاسبات سرته رسولای شو لاندې مثالونه او د هغوی حل ترڅېړنې لاندې نیسو .

١ ـ په یوه ازموینه کې (2500) کسانو برخه اخستی د هغوی د جملې څخه (2000) کسان بریالي شوي دی معلوم کړی چه څو فیصده نا کام شویدی ؟

حل :ـ

دامتحان شامل	نا کام	
2500	500	$x = \frac{500 \cdot 100}{2500} = 20\%$
100	x	

2 ـ که د یوه کلي نفوس په کال کې 5٪ زیات شي او شمیر یې د کال په آخر کې 9954 تنو ته ورسیږي نو د کال په شروع کې به د کلي نفوس څو مره وو ؟

حل :-

شروع د کال	آخر د کال
100	105
x	9954

$$x=\frac{100\cdot 9954}{105}=9480$$ تنه

3 ـ یوه سوپ یو ماشین په (4800) افغانیو رانیولی دی دوکاندار په دې معامله کې د ده (4%) مراعات کړېدی د ماشین اصلی قیمت معلوم کړې؟

حل :-

اصلی قیمت	فعلی قیمت
100	96
x	4800

$$x=\frac{4800\times 100}{96}=5000$$ افغانۍ

IV ـ احدیت :

تعریف :- احدیت لیوه څخه اخستل شویدی او د ریاضی په اصطلاح د واحد یا یوه له مخې د ګټې، تاوان، عایداتو، مصارفو... او نورو سنجولو ته وایي .

مثلاً :- که دولت له (480) افغانیو څخه (48) افغانۍ مالیه اخستې وی د (1260) افغانیو مالیه معلومه کړې؟

حل :- لومړی د یوې افغانۍ مالیه پیدا کوو :

مبلغ	مالیه
480	48
1	x_1

$$x_1=\frac{48\cdot 1}{480}=\frac{1}{10} \quad x_1=\frac{1}{10}$$

اوس د (1260) افغانیو مالیه معلوموو :

1260	x_2
1	$\frac{1}{10}$

$$x_2=\frac{1260\cdot\frac{1}{10}}{1}=x_2=1260\cdot\frac{1}{10}=x_2=126$$

حسابي اوسط :- که چیرې یو تعداد همجنس مقدارونه یا اعداد ولرو نو د غو اعدادو یا مقدارونو د جمع حاصل تقسیم په تعداد د اعدادو د حسابي اوسط څخه عبارت دی.

مثلاً :- یو زده کوونکی په (6) مضمونو کې (54) نمرې او بل زده کوونکی په (5) مضمونو کې (45,5) نمرې وړي معلوم کړی چه کوم یو لایق دی؟

حل :-

$$\frac{54}{6} = 9$$ = داول نفر د نمرو اوسط

$$\frac{45,5}{5} = 9,1$$ = د دوهم نفر د نمرو اوسط

نو معلومه شوه چه دوهم نفر لایق دی.

$$\text{حسابي اوسط} = \frac{\text{د اعدادو مجموعه}}{\text{د عددونو شمیر}}$$

هندسي وسط :- که چیرې په یوه تناسب کې وسطین نامعلوم او مساوي وي نو د غو نامعلومو حدونو ته هندسي وسط وايي. مثلاً :- په لاندې تناسب کې د (x) قیمت معلوم کړی؟

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{16}$$

حل :-

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{16} = \sqrt{x^2} = \sqrt{64} \Rightarrow x = 8$$

چه (x) ته هندسي وسط وايي.

شپږم فصل

تجزیه، طاقت، جذر

I_ تجزیه (Pactorizition):

د تجزیې مقصد دا دی چه دیوه طبعي مرکب عدد لومړني ضربي عوامل په لاس راوړو. یا دیوه مرکب عدد لومړني ضربي عوامل په لاس راوړل د مفردي تجزیې نه عبارت دی. او ددې کار یا عملیې داجرا کولو لپاره څو لاندې طریقې په کار وړل کیږي.

ا_ د عدد د ضربي عواملو طریقه د سیټ پواسطه:_ پدې طریقه کې لومړی دیوه عدد د مکملو قاسمونو سیټ پیدا کوو او له هغه نه د مفردو شاملو اعدادو فرعي سیټ تشکیلوو چه د دغه سیټ عناصر ته دراکړشوی عدد لومړني فکتورونه یا د مفردې تجزیې لاسته راغلي لومړني ضربي عوامل وايي.

مثلاً: د (42) عدد پدې طریقه تجزیه کوو:

$$\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\} = \text{د 42 عدد د فکتورونو سیټ}$$

چه پورته سیټ کې 2، 3 او 7 دنو موړی عدد لومړني ضربي عوامل دي نو لیکو چه:

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \quad \text{یعنې} \quad \{2, 3, 7\} = \text{د (42) عدد د مفردو عددو فکتورونو سیټ}$$

2 ـ د دیاګرام طریقه :ـ په دې طریقه کې داسې عمل کوو :

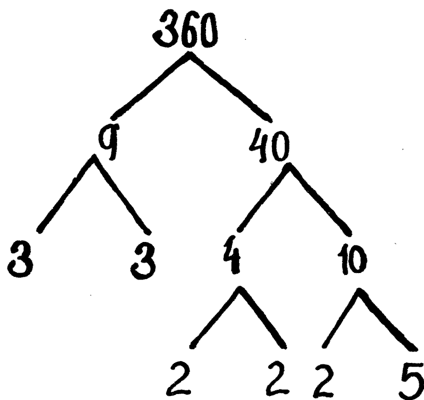
الف :ـ راکړ شوی عدد که لومړنی عدد نوي په دوو ضربي عواملو تجزیه کوو.

ب :ـ که دواړه لاسته راغلي فکتورونه مفرد اعداد وي نو غوښتل شوی تجزیه لاسته راغلې ده .

ج :ـ که یو یا دواړه عوامل مرکب اعداد وي نو هر یو په ضربي عواملو تجزیه کوو.

د :ـ پورتنی عملیې ته تر هغه وخته پورې ادامه ورکوو ترڅو چې ټول عوامل په لومړنیو عواملو تجزیه شي .

دغه عملیه په لاندې مثال کې واضح کوو.



$360 = 2.2.2.3.3.5.5$ یا $360 = 2^3 . 3^2 . 5^2$

3 ـ د تجزیې د لاسته راوړلو عمومي طریقه :ـ په دې طریقه کې په لاندې ډول کولای شو یو مرکب عدد تجزیه کړو :

الف :ـ لومړی راکړل شوی عدد لیکو او بیا د هغه عدد د کیڼې خوا ته یو عمودي خط رسموو.

او K د شلو پر ځای استعمالېدل. لیکن رومیانو د اعدادو په لیکلو کې د (۱، ۲، ۳) په ځای (I ، II ، III) شکلونه لیکل او د پنځو عدد د V، په شکل وو او د څلورو به یې د «IV» شکل لیکه چې مفهوم یې داو و، یو کم له پنځو څخه د لسو لپاره یې (X)، د پنځوسو لپاره یې (L)، د سلو لپاره یې (C)، د پنځوسو لپاره یې (D)، او د زرو لپاره یې د (M) علامه په کار وړله. یعنې په عمومي شکل رومیانو د اعدادو د لیکلو لپاره د خپلې ژبې د الفبا داوو توري (I ، V ، X ، L ، C ، D او M) د ترکیب څخه استفاده کوله خو د حسابي مسایلو په حل کې د دې ډول علامو په کار وړل مشکل او د ډېر ځای نیوونکي وو.

په اروپایي ملکونو کې تر ډېرو پېړیو پورې د رومي اعدادو د لیکلو لپاره له رومي ارقامو څخه استفاده ډېره مطلوبه او په زړه پورې طریقه وه. چې تر اوسه پورې په کلي ډول له منځه نده تللې او په خاصو مواردو کې ور څخه ګټه اخستل کېږي. مثلاً: په دیوالي ساعتونو، د کتاب د فصلونو په شمېراونو کې ور څخه ګټه اخیستل کېږي چې په خلص ډول له یو څخه تر لسو پورې د اعدادو د افاده کولو سمبولونه په بعضې ژبو کې داسې ښيو:

د یوه څخه تر لسو پورې د اعدادو سمبولونه د ژبې په اساس										
عربي اعداد	۱۰ 10	۹ 9	۸ 8	۷ 7	٦ 6	۵ 5	۴ 4	۳ 3	۲ 2	۱ 1
رومي 〃	X	IX	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
بابلي 〃	▼▼▼▼ ▼▼▼▼ ▼▼	▼▼▼ ▼▼▼ ▼▼▼	▼▼▼▼ ▼▼▼▼	▼▼▼▼ ▼▼▼	▼▼▼ ▼▼▼	▼▼▼ ▼▼	▼▼ ▼▼	▼▼▼	▼▼	▼
چیني اعداد (جاپاني)	十	九	八	七	六	五	四	三	二	一
مصري اعداد	∩	III III III	IIII IIII	IIII III	III III	III II	IIII	III	II	I

ب :- گوروچه دغه عدد په کوم یوه لومړنی عدد تقسیم وړدی.

ج :- د تقسیم عملیه د ټولو نه مخکې د کوچنی لومړنی عدد څخه یعنې (2) څخه که چیرې راکړل شوی عدد وړ باندې پوره ویشل کیدہ شروع کوو. که د تقسیم حاصل بیا هم په (2) د تقسیم وړ وی بیا ئې هم وړ باندې ویشو او دی عملیې ته ترهغه وخته پورې ادامه ورکوو ترڅو چې د تقسیم حاصل په (2) ویشل کیږی. وروسته له دې پر 3، 5، 7، 11... او نورو لومړنی اعدادو باندې هم همدغه شان د ویش عملیې ته دوام ورکوو. ترڅو چه د ویش حاصل یو شی.

د :- د عمود خط کیڼې خواته کوم اعداد چه د تقسیم د عملیا تو په نتیجه کې د مقسوم علیه په ډول په لاس راغلی د راکړ شوی عدد مفرد فکتورونه دی.

مثلاً :- د (720) عدد داسې تجزیه کوو :

2	720
2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

$$\Longrightarrow 2.2.2.2.3.3.5 = 720$$

$$\text{or} \quad 720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$$

II - طاقت (Power) :

تعریف :- د مساوی عددونو د ضرب لنډې طریقې ته طاقت وایي. یا په بل عبارت دیوه عدد څو ځلې ضرب د لیکلو لنډې بڼې ته

ته طاقت وايي. مثلاً: (4^5) دا معنی لري چه د (4) عدد پنځه ځلې په خپل نفس کې ضرب شوېدی چه داسې ویل کیږی. (4 په توان د 5).

په پورته مثال کې (4) ته قاعده یا (base) او (5) ته توان (Exponent) وايي. مثلاً: (a^m ← قاعده ، توان) او a^m ته طاقت لرونکی عدد وائی.

د عددونو د طاقت قوانین :-

د عددونو د طاقت په ارتباط قوانین ډېر دی چه موږ یې څو لاندې قوانین ذکر کوو.

۱ـ هغه عددونه چه قاعدې یې سره مساوی د ضرب په حالت کې یې توانونه سره جمع کیږی او د جمع حاصل د دوموږی قاعدې د توان په څیر لیکل کیږی. مثال:

$$3^5 . 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$$

ثبوت: وېنو چه یو واری 3 پنځه ځلې او بل واری دوه ځلي په خپل نفس کې ضرب کیږی نو لیکو چه:

$$3.3.3.3.3.3.3 = 3^7$$

2ـ هغه طاقتونه چه قاعدې یې سره مساوی د تقسیم په عملیه کې د صورت د طاقت څخه د مخرج طاقت نما (توان) تفریق کیږی او د غه د تفریق حاصل د مشترکې قاعدې د توان په ډول لیکل کیږی.

مثلاً:

$$\frac{7^4}{7^3} = 7^{4-3} = 7^1 = 7 \Rightarrow \frac{7.7.7.7}{7.7.7} = 7^1 = 7$$

3ـ هغه طاقت لرونکی اعداد چه توانونه یې سره مساوی او قاعدې یې مختلفې وی د دوموږو طاقتونو د ضرب په حالت کې قاعدې سره ضربوو او د توانونو څخه یو د ضرب د حاصل توان ټاکو مثلاً: $5^3.4^3 = (5.4)^3 = 20^3$

4- هغه عددونه چه قاعدې یې مختلفې او توانونه یې سره مساوي وي د تقسیم په حالت کې د نومورو طاقتونو د صورت قاعده د مخرج په قاعده ویشو او د تقسیم حاصل یې قاعده ټاکو او د توانونو څخه یو د مشترک توان په حیث نیسو.

مثلاً: $\frac{6^4}{3^4} = (\frac{6}{3})^4 = 2^4$ $\quad = 5^{12}$

5- که یو طاقت لرونکی عدد په بل توان رفع شي پدې صورت کې قاعده ثابته او توانونه سره ضرب کیږي.

مثلاً: $(5^3)^4 = 5^{3\cdot4} = 5^{12}$

یا په عمومي توګه د طاقت لرونکو عددونو ضرب او تقسیم داسې لیکو:

الف: د ضرب عملیه :-

1:- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2:- $a^m \cdot b^m \cdot c^m = (a \cdot b \cdot c)^m$

3:- $a^m \cdot b^n = a^m \cdot b^n$

4:- $[(a^m)^n]^p = a^{m \cdot n \cdot p}$

ب: د تقسیم عملیه :-

1:- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

2:- $\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$

3:- $\frac{a^m}{b^n} = \frac{a^m}{b^n}$

4:- $\frac{a^m}{a^m} = a^{m-m} = a^0 = 1$

5:- $a^{-p} = 1/a^p$

د دې قضيې ثبوت چه هر عدد په توان د صفر مساوي له يوه سره .
لاندې مثال په نظر کې نيسو .

که چيرې $m = n$ وي . $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = a^0 \ldots I$

يا $\frac{a^m}{a^n} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a}{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a} = \frac{1}{1} = 1 \ldots II$

د I او II رابطې له مقايسې څخه نتيجه اخلو چه $\underline{a^0 = 1}$

د دې قضيې ثبوت چه : $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$

ثبوت :- لاندې مثال په نظر کې نيسو که چيرې $m < n$ څخه وي ، -
تفاضل ئې $(m - n = -p)$ وضع کوو :

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} = a^{-p} \ldots I$$

يا $\frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a}^{m}}{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a}_{n}} = \frac{1}{a^{n-m}} = \frac{1}{a^p} \ldots II$

د I او II رابطې له مقايسې څخه دا نتيجه اخلو :

$$\underline{a^{-p} = \frac{1}{a^p}}$$

سوال :- $(16)^6$ لوی دی او که $(11)^8$ ؟

حل :- د $[(a^m)^n]^p$ له قانون څخه استفاده کوو او دا رنګه ئې
ليکو چه : $(16)^6 = [(16)^2]^3 = (256)^3 = 16777216 \ldots I$

$(11)^8 = [(11)^2]^4 = (121)^2 (121)^2 = (14641)^2 = 214358881 \ldots II$

د I او II رابطو د مقايسې څخه دا نتيجه اخلو : $11^8 > 16^6$

سوال :- د هايدروجن داتوم قطر $10^{-8}cm$ دی هغه په عام کسر حساب کړی ؟

حل :- د $a^{-p}=\frac{1}{a^{p}}$ څخه استفاده کوو.

$$a^{-p}=\frac{1}{a^{p}}=10^{-8}cm=\frac{1}{10^{8}}cm=\frac{1}{100000000}cm$$

یعنی که چیری 1cm په سل میلیون برخو وویشو د هغه څخه یوه حصه واخلو هغه د هايدروجن داتوم د قطر اوږدوالی دی.

III ـ جذر (Root) :

تعریف : جذر په لغت کې ریښې ته وایي او د حساب د علم په اصطلاح کې د یوه عدد د مطلوب جذر له یوه داسې عدد څخه عبارت دی چه که چیرې د جذر د درجې په توان رفع شي ور څخه هم هغه تر جذر لاندې عدد په لاس راشي. یا د ریاضي په عبارت د $\sqrt[n]{a}=x$ ده په دې شرط چه $x^{n}=a$ وي.

یو جذر د جذر د درجې په ارتباط نومول کیږي لکه جذر مربع، جذر مکعب څلورم جذر ...... نور. چه د هغو له جملې څخه دلته فقط د جذر مربع او جذر مکعب په تعریفولو اکتفا کوو.

جذر مربع :- د یوه عدد د جذر مربع له هغه عدد څخه عبارت دی چه که د دوه په طاقت رفع شي بیرته ور څخه اصلي عدد (تر جذر لاندې عدد) په لاس راشي.

$$\sqrt{16}=\pm 4$$

$$\left.\begin{array}{r}4\cdot 4=16\\(-4)(-4)=16\end{array}\right\}=(4)^{2}=16$$

عموماً په ریاضی کې دیوه عدد د دوهم جذر (جذرمربع) دلیکلو لپاره د جذر د علامې د پاسه د جذر درجه نه لیکو لکه:

$$\sqrt[2]{64} = \sqrt{64}$$

جذرمکعب :- دیوه عدد جذر مکعب له هغه عدد څخه عبارت دی چه کله چیرې د دری په طاقت لوړشی بیرته اصلی عدد یا تردریم جذر لاندې عدد ورڅخه په لاس راشی.

مثال:-

$$\sqrt[3]{8} = 2 \Longrightarrow 2^3 = 2.2.2 = 8$$

اووم فصل

واحدات

د اندازه ګیری د واحداتو تاریخچه :

کله چه بشر د ژوند لومړنی اجتماعی دوران شاته پریښود او لومړنی د بنار نشینه ژوند بنسټ ئې کیښود. نو د چوپانی عصر د اقتصاد مرحلې ته داخل شو. پدې نوې مرحله کې د اجتماعی ژوند له پولې نوی ضرورتونو او مشکلاتو سره مخامخ شو. له دې څخه دا معلومیږی چه د بشر د غو ضرورتو په منځ کې یو هم د اندازه ګیری د واحداتو پیدا کول وو چه د دغه نوی ژوند په مرحله کې دوی ورسره مخامخ شول. او هر څومره چه بنار ونه ډیریدل په همغه اندازه د اندازه ګیری د واحداتو ضرورت هم زیاتیده مثلاً: پوهیدل پردې چه دیوه کلی څخه تر بل کلی پورې څومره فاصله ده؟ یا دا چه د اوسیدو ځای د راکړې ورکړې له مرکز څخه څومره فاصله لری؟ او یا دا چه د لباس د تهیه کولو لپاره څومره ټوکر ته ضرورت دی؟ او همدا رنګه په پراخه پیمانه د تجاراتو تر منځ د اجناسو تبادلې یوه داسې د اندازه ګیری واحد ته ضرورت پیدا کړ چه د ټولو د قبول وړ وی. اګرکه هېڅوک په صحیح ډول نه پوهیږی چه اولنی وخت او زمان د پیدا ینبت د اندازه ګیری د واحد کوم وو؟ لیکن همغه څه چه د تاریخی تحقیقاتو او پلټنو څخه په درست ډول په لاس راغلی دادی چه په اول وخت کې بشر د خپلو اندازه ګیریو د مشکلاتو د رفع کولو په خاطر د خپل وجود غړی او اندامونه استعمالول او پدې ترتیب سره دوی وکولای

شول د پیل اکیدو نکو اختلافاتو مخه ونیسي چه هغه عبارت وه له:

1: ذراع :- هغه فاصله ده چه د څنګلې د سر څخه شروع د منځنۍ ګوتې تر څوکې پورې رسیږي.

2: وجب :- هغه فاصله ده چه د غټې ګوتې د څوکې څخه شروع او د همغه لاس د کوچنۍ ګوتې تر څوکې پورې رسیږي خو په داسې شکل چه د لاس پنجه په بشپړه توګه خلاصه وي.

3: څلور خیرې ګوتې :- په داسې توګه چه بنې خلاصې وي.

4: ګوته :- هغه فاصله ده چه د ما بینې خلاصو دو ګوتو په منځکې وي.

لاکن سره له دې چه څلور واحده ذکر شول او بیا د اوږدوالي د اندازه ګیرۍ ډېر مهم واحد د پلونو (قدمونو) شمېرل وو چه اوس هم د لس ګونو پېړیو له تېرېدو وروسته بیا هم د نړۍ په اکثره نقطوکې د فاصلې د تعین لپاره له قدم شمارۍ څخه کار اخلي.

یو بل واحد چه د لرې فاصلې د اندازه کولو لپاره په کار وړل کېده هغه متر وو چه مفهوم ئې دیوې ورځې د سفر څخه عبارت ده چه په بعضې ځایونوکې د لمر د فاصلې په نوم هم یادیدلې چې متر د یوې شپې د سفر او لمر (خورشید) دیوې ورځې د سفر څخه عبارت وُ. دا دې په خاطر چه په سفرکې د کاروان سرایونو او اقلیمي شرایطو په نظرکې نیولو سره مسافرین خپل سفر پلان کړي.

څوانیو بابلیانو، مصریانو او عبرانیانو ته ذراع د اوږدوالي د اندازه ګیرۍ مهم واحد ګڼل کېده البته باید په یاد ولرو چه دا هغه ذراع نده چه په اول پیدا ینښت د واحداتوکې مروج وُ ځکه چه په اول پیدا ایښت

د ذراع کي هر سړی د خپل لاس څخه استفاده کوله. څو کله چه دشیانو تجارت عمومیت وموند نو ضرور ړه وګڼل شوه ترڅو ټول سوداګران د یوې واحدې ذراع څخه استفاده وکړي «داځکه چه دانسانانو دلاسو اوږد والی فرق لري» نو ځکه په نوموړیو دریو مملکتو کې ئې د ذراع رسمي مقدار تعین کړ. په بعضو معتبرو اومشهورو ملکونو کې احتمال لیدل کیږي چه د ذراع اوږ دوالی د مملکت د مشر د ذراع اندازه د رسمي واحد په ډول قبلیږه. مثلاً، د دې ادعا داثبات لپاره په انګلستان کې «یارډ» داندازې تعین دانګلستان د پاچا «اول هنري» دفرمان سره تعین شو چې «یارډ» اوږدوالی دنوموړی پاچا دپزې دڅوکې څخه دلاس دغټې ګوتې ترڅوکې پورې اندازه رابښیي.

همدارنګه په لرغونو کنډوالو کې بعضې داندازه ګیرې لرګي پیداشوي دي لکه د مصر «ګرزنګ» په مشهور معبد کې یو داسې خط کش داندازه ګیرې پیداشوی چې اوږدوالی د دوه ذراع په اندازه دی.

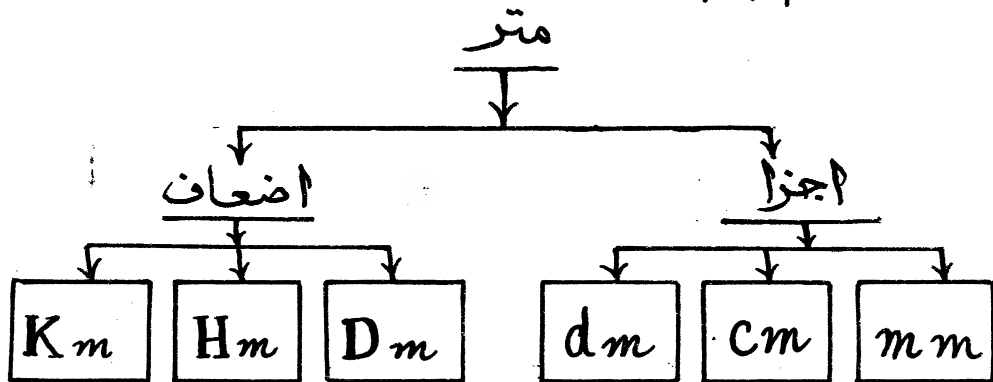
د واحد تعریف :-

دهرشي داندازه کولو لپاره یوه تا کلی اندازه تعین شوې ده چې همغه شی د نوموړې تاکلی اندازې په واسطه اندازه کیږي اودغه تعین شوې اندازې ته د نوموړي شي واحد وائي. د مثال په ډول د اوږدوالی واحد په متریک سلسله کې متردی. اوس که دیوې کوټې اوږدوالی د متر پنځه برابره وي نو داسې وایو چه د نوموړې کوټې اوږدوالی (5) متره دی.

ځینې مشهور واحدات:

<u>الف: دطول واحدات</u>:- لکه متر، یارډ، ګز، جریب، ګز شا، میل....

متر :- د ځمکې د کرې د نصف نهار $\frac{1}{40\,000\,000}$ میلیون برخې
ته وایي . چه اضعاف او اجزائې لس ، لس کښته او پورته کیږي او په
لاندې دیاګرام کې یې ښیو :



جریب ګز :- چې د ځمکې د سطحې اندازه کولو لپاره په کاریږي او
یو جریب ګز د (29) انچ سره مساوي دی .
ګزشاه :- ګزشاه په تجارت کې د شیانو داوږدوالي داندازه
کولو لپاره پکاریږي چه اجزا یې ګره او بار دی . یو ګزشاه مساوي
دی په (16) ګره او یوه ګره د (4) باره سره مساوي دی .
یارد :- یارد یا د معمار ګز داوږدوالي واحد دی چه اجزایې -
فټ ، انچ او سوت دی .
یو یارد مساوي دی په (3) فټه ، او یو فټ مساوي دی په (12)
انچ ، او یو انچ مساوي دی (8) سوته .
میل :- داوږدوالي واحد دی چه د لویو اندازو لپاره پکاریږي
یو میل مساوي دی 1,609 Km سره .

مالیزي اعداد	=	⁞̱	⁖̱	¨̱	˙̱	—	....	...	..	.
سیلوني اعداد		[illegible]	[illegible]	[illegible]	o	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
یوناني اعداد		ι	Θ	H	I	E	Δ	Γ	B	A

نوټ:- (۱) د عربي اعداد دوه الفبا شکل نه د اروپایانو له خوا تغیر ورکړ شوی دی. (۲) د ابجد د حساب عددي رقمونه (*).

هندي او عربي رقمونه:

هغه علامې چه نن په نړۍ کې د ارقامو د لیکلو لپاره په کار وړل کیږي په اروپایي نړه کې د عربي ارقامو په نوم شهرت لري لیکن عرب او مسلمان هغه د هندي ارقامو په نوم یادوي دا ځکه چه مسلمانانو دغو اعدادو ته (عددي ارقام) له هندوانو څخه زده کړه او وروسته د مسلمانانو په واسطه اروپا ته نقل شوه، بعضي ارقام د فارسي او لاتین یو له بل سره مشابهت لري لکه اعداد له یوه څخه تر نهو پورې او صفر.

هغه ارقام چه په (هندي، عربي) مشهور دي، د عددونو د لیکلو د پاره بهترینه، آسانه او په زړه پورې لار او طریقه ده، نسبت هغو طریقو ته چې تر اوسه کشف شوي دي. په دې طریقه کې فقط لس مختلف شکلونه پیدا شوي، چه په هر وخت او ځای کې لیکل کیدلای شي. یو له دغه عمده شکلونو څخه چه د اعدادو په لیکلو کې مهم نقش لوبوي، هغه د صفر علامه (سمبول) او یا نښه ده چه په هیڅ یوه بله طریقه کې چه تر اوسه کشف شوې دغه

(*): ا ۱، ب ۲، ج ۳، د ۴، ه ۵، و ۶، ز ۷، ح ۸، ط ۹، ی ۱۰، ک ۲۰، ل ۳۰، م ۴۰، ن ۵۰، س ۶۰، ع ۷۰،
ف ۸۰، ص ۹۰، ق ۱۰۰، ر ۲۰۰، ش ۳۰۰، ت ۴۰۰، ث ۵۰۰، خ ۶۰۰، ذ ۷۰۰، ض ۸۰۰، ظ ۹۰۰، غ ۱۰۰۰

ب : دسطح واحدات :- عبارت دی له متر مربع ، جریب ، هکتار، آر، سانتی آر ، کیلو متر مربع ....

متر مربع :- هغه سطح ده چه هره ضلعه ئې یو یو متر وی.

جریب* :- هغه سطح ده چه هره ضلعه ئې (60) گز جریب وی.

یو جریب مساوی دی په 20 بسوې ، یوه بسوه مساوی ده په 20 بسواسې.

هکتار :- د هکتو متر مربع څخه عبارت دی . او آر دیکا متر مربع څخه عبارت دی او همدارنګه سانتی آر دیوه متر مربع څخه عبارت دی.

ج : دحجم واحدات :- دحجم واحدات عبارت له متر مکعب ، فت مکعب ،...

متر مکعب :- د هغه مکعب څخه عبارت دی چه هر خط الرأس ئې یو یو متر وی.

د : دظرفیت واحدات :- عبارت دی له لیتر ، گیلن څخه.

هـ : دوخت واحدات :- عبارت د ساعت ، دقیقه ، ثانیه ، شپه او ورځ ، هفته ، میاشت ، کال ، پیړی ....

و : دپیسو واحدات :- افغانی ، روپۍ ، ډالر ، ریال ، پوند ...

ز : دکتلې واحدات :- گرام ، کیلو گرام ، من ، خروار ، تن ، سیر ...

ح : دوزن واحدات :- گرام وزن ، کیلو گرام وزن ، تن وزن ....

ط : دقوې واحدات :- ډاین ، نیوتن ، هارس پاور ....

ی : دکار واحدات :- ارګ او ژول دی.

ك : دسرعت واحدات :- ft/sec ، $mile/Hour$ ، $Km/Hour$ ، $\frac{m}{sec}$ ، $\frac{cm}{sec}$ .... او نور.

(*) :- اوس یو جریب څمکه مساوی د $2000\,m^2$ سره دی یا یو جریب څمکه مساوی ده $44,72m \cdot 44,72m = 2000\,m^2$.

ل: د کثافت واحدات :- گرام فی سانتی متر مکعب (g/cm^3)، ... ابونه.

م: د نور د اندازه گیری واحدات :- لومن (*Lumen*) د نور د مقدار واحد او (*Condel*) د نور د شدت واحد دی.

ن: د حرارت د اندازه گیری واحد :- کالوری، سانتی گرید یا سلزیوس او فارنهایت ده چه د سانتی گرید او فارنهایت په منځ کې دغه رابطه وجود لری.

1: $f = \frac{9}{5}c^{\circ} + 32$

2: $c = \frac{5}{9}(f^{\circ} - 32)$

س: د زاویې د اندازه گیری* واحدات :- عبارت له گراد، رادیان او درجې څخه دی چه یو گراد مساوی دی په $\frac{1}{400}$ د دایرې محیط.

درجه $= \frac{1}{360}$ د دایرې محیط. او رادیان: د هغې متبتی زاویې څخه عبارت ده چه د مقابل قوس طول ئې د شعاع د دایرې سره برابر وی. محیط د دایرې 360° یا 2π *radian* دی.

ع: د زلزلې واحدات :- رشتر دی.

ف: د باد د سرعت د اندازه گیری واحدات :- عبارت له کیلو متر فی ساعت $Km/_{Hour}$ څخه دی.

---

* ۱- رادیان :- که چیرې د دایرې له محیط څخه د هغې د شعاع په اندازه یو قوس جلا کړو، یو رادیان زاویه پیدا کیږی که د دایرې شعاع په (r) وښیو نو د دایرې محیط ($2\pi r$) دی، نو څکه د یوې دایرې محیط 2π رادیان $= \frac{2\pi r}{r}$ سره دی.

2- د زاویې د اندازه گیری لپاره درې لاندې سیستمونه موجود دی:

الف: شصتی سیستم (Six Agoemal System)

ب: اعشاری سیستم (Grad System)

ج: دایروی - (Circular system or Radian)

چه د هغوی په منځ کې لاندې رابطه وجود لری: $\frac{d}{180} = \frac{g}{200} = \frac{r}{\pi}$

نوټ :- د زلزلې د شدت د تأثيراتو په خاطر لاندې معلومات - ګرانو لوستونکو ته وړاندې کيږي.

۱: هغه زلزله چه شدت يې يو رشتر وي فقط حيوانات يې ټکانونه احساس کولای شي.

۲: 〃 〃 دوه رشتره وي د کورونو په لوړو پوړو کې احساس کيدلای شي

۳: 〃 〃 درې 〃 ټول به ورته متوجه وي.

۴: 〃 〃 څلور 〃 ټول شيان او ظروف ټکان خوري.

۵: 〃 〃 پنځه 〃 ميزونه، چوکۍ د کوټو زنګونه ټول په حرکت راځي.

۶: 〃 〃 شپږ 〃 ټول په لړځو به پاڅيږي، د خټو کورونه نړيږي د ديوالونو سوري پيدا کوي.

۷: 〃 〃 اووه 〃 عمومي وحشت پيدا کيږي او کورونه نړيږي.

۸: 〃 〃 اته 〃 ډېر محکم کورونه نړيږي.

۹: 〃 〃 نهه 〃 کورونه بالکل له هستوګنې څخه ورانيږي.

۱۰: 〃 〃 لس 〃 د تخريبي اغېزې ټول تاثيرات يې په مکمل ډول نښې څرګنديدلای.

۱۱: 〃 〃 يوولس 〃 هيڅ شی جوړ نه پاتې کيږي. انسان او انسانی تمدن وران کيږي.

۱۲: 〃 〃 دولس 〃 ټول شيان منهدم کيږي حتی د ځمکې کره هم.

دځینو واحداتو مخففات

ګڼه	مقدارونه	مخففات
۱	ملی متر	m.m
۲	سانتی متر	cm
۳	دیسی متر	dm
۴	متر	m
۵	میل	Mi
۶	هکتار	Ha
۷	افغانی	AF ؋
۸	دیکامتر	Dim
۹	هکتومتر	Hm
۱۰	کیلومتر	Km
۱۱	کیلوګرام وزن	Kg*
۱۲	کیلوګرام	Kg
۱۳	ګرام	gr
۱۴	تن	Tn
۱۵	متریک تن	Mtn
۱۶	متر مکعب	M^3
۱۷	سانتی متر مکعب	cm^3
۱۸	سانتی ګراد	C°
۱۹	فارنهایت	F
۲۰	فټ	Ft
۲۱	پونډ	Lb
۲۲	ژول	J
۲۳	هارس پاور	Hp
۲۴	کالوری	cal
۲۵	کیلوواټ	Kw
۲۶	واټ	W
۲۷	یارډ	Yd
۲۸	لیتر	Li
۲۹	هکتولیتر	Hl
۳۰	امپیر	I
۳۱	ولت	V
۳۲	اوم	Ω
۳۳	ډالر	$
۳۴	ساعت	H
۳۵	ثانیه	Sec
۳۶	سی سی، یا ملی لیتر	cc
۳۷	ډاین	D
۳۸	نیوټن	N
۳۹	ګیلن	Gl
۴۰	رشتر	Rash

نوم	علامه	نوم	علامه
جمع	+	فیصد	% یا ٪
منفي	−	زاویه	∧ یا ∠
ضرب	× یا ·	درجه	°
تقسیم	÷ ، ⊢ ، ⟌ ، —	دقیقه	′
مساوي	=	ثانیه	″
نامساوي «خلاف»	≠	ثالثه	‴
جذر	√‾	مثلث	△
مطابقت	≡	څلور ضلعي	▭
نسبت	: یا —	وکتور	→
تناسب	:: یا =	قطعه خط	— یا ⊢—⊣
اعشاري	، یا ′ یا .	نیم خط	⟶
وړوکی قوس	( )	نامحدود خط	⟷
منځنی قوس	[ ]	قوس	⌒
لوی قوس	{ }	عمود	⊥
کسري خط	—	موازي	∥
ځکه نو	∴	ناموازي	∦
تقریباً	≈	پای	π
مشابه	∽	بیضوي	⬭
نامساوي	> یا <	دایره	○

د واحداتو تبدیل یو له بل سره:

۱- یو گز شاه = (42,4) انچ یا مساوي دی (106 cm) سره.

۲- یو گز شاه = 3,5 فټه.

۳- یو د معمار گز (یارډ) = 3 فټه.

۴- یو فټ = 12 انچه او یو انچ = 8 سوټه.

۵- د جریب گز = 29 انچه یا یو گز جریب مساوي په 73cm.

۶- یو جریب = $2000m^2 \approx 44,72m \cdot 44,72m$ او یو جریب (20، بسوې، یوه بسوه = 20 بسواسې.

۷- بسوه $100\ m^2$ او یوه بسواسه = $5m^2$.

۸- یو متری ټن = 1000kg.

۹- یو انگلیسی ټن = 1017 kg.

۱۰- گیلن* = 4,5 لیتره.

۱۱- $F = \frac{9}{5}\overset{\circ}{C} + 32$ او همدارنگه $C = \frac{5}{9}(\overset{\circ}{F} - 32)$

۱۲- د درجې، گراد او رادیان تر منځ لاندې رابطې برقرارې دی:

$$\frac{d}{180} = \frac{g}{200} = \frac{r}{\pi}$$

۱۳- کیلوگرام = ۹ خورده.

۱۴- یو انگلیسی ټن د کابل په وزن = (145) منه.

۱۵- یو متری ټن د کابل په وزن = (143) منه.

او همدارنگه:

(*) مخکې یو گیلن = 4,5 لیتره وو، ولې اوس یو گیلن = 4 لیتره تعین شوی دی.

1_ Mile = 1, 609 Km.

2_ $Km \approx \frac{5}{8}$ mile.

3_ Km = 0,6214 mile.

4_ Micron (U) = 10^{-6} m.

5_ Milei micron (mU) = 10^{-9} m.

6_ Angstrom (A) = 10^{-10} m.

7_ Inch (in) = 2, 54 cm.

8_ Foot (Ft) = 30,48 cm.

9_ Metter (m) = 39,37 in.

10_ m^2 = 10, 76 Ft^2.

11_ Ft^2 = 929 cm^2.

12_ acre = 43, 560 Ft^2.

13_ Mile (mi) = 640 acres.

14_ 1 Mile (mi) = 5280 Fts.

15_ 〃 〃 = 1760 yards.

16_ 1 Liter (li) = 1000 cm^3 = 1,057 quart (qt).

تراوسه مو د اعدادو، سیټونو، مثبتو اعدادو، حسابي عملیاتو او د مقیاساتو په ارتباط د ډېرو لوستونکو ته یوڅه معلومات وړاندې کړې، همدارنګه کولای شو چه منفي اعدادو، مثبتو اعدادو او حروفو په ګډه حسابي عملیات ترسره کړو، نو د ریاضي هغه څانګه چه په هغې کې مثبت اعداد، منفي اعداد او حروف استعمالیږي د الجبر په نوم یادیږي. نو په راتلونکي فصل کې غواړو د الجبر تعریف، د الجبر تاریخچه، الجبری اشارې او الجبری افادو په هکله لنډ معلومات وړاندې کړو.

اتم فصل

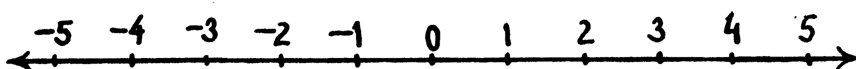
الجبر

د الجبر لغوي معنیٰ :- الجبر له کلمې د جبر او جبرې څخه اخستل شوې چه مختلفې معنیٰ وې لري لکه: پټۍ، هغه لرګي چه د مات هډوکي د پاسه تړل کیږي، زحمت، سرکشي ...

د الجبر اصطلاحي معنیٰ :- الجبر د رياضي د علم هغه څانګه ده چه د حساب په شان د اعدادو او حسابي عملیاتو څخه بحث کوي. اما ده ئې نسبت حساب ته عام ده. یا په بل عبارت الجبر د رياضي د علم یوه ـ څانګه ده چه حسابي مغلق او پیچیده مسایل په آسانه او ساده توګه د فورمولونو له مخې حل کوي.

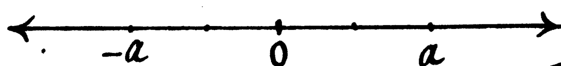
د الجبر تاریخچه :- الجبر د محمد بن موسیٰ خوارزمشاه له خوا د هارون الرشید په وخت کې (204) هش کال په شاوخوا کې نوموړي یو کتاب چه الجبر والمقابله نومیده ولیکه او په هغه کې ئې د ریاضي مسایل د حروفو په واسطه حل کړیدي. کله چه دغه کتاب داروپائي پوهانو لاس ته ورغی نو هغوی د دې کتاب په علمي برتیا او اهمیت پوه شول او د هغوی په باره کې ئې څیړنې وکړې او هغه ته ئې پراختیا ورکړه ترڅو په تدریجي ډول نني شکل ته رسیدلی دی. او س هم په ټوله نړۍ کې په همدغه نوم سره یاد یږي.

لکه څنګه چه په الجبر کې مثبت او منفي اعداد او حروف استعمالیږي نو غواړو چه په خط د اعدادو باندې مثبت او منفي اعداد او حروف وښیو.



پوره ته لیدل کیږي چه د اعدادو په کرښه د صفر ښي خواته مثبت اعداد او د صفر کینې خواته منفي اعداد ښیي.

همدارنګه د اعدادو په کرښه مثبت او منفي حروف چه خلاف د صفر وي هم ښودلای شو لکه:



پوره ته لیدل کیږي چه $a>0$ او $-a<0$.

مطلقه قیمت :- د صفر څخه د یوه عدد لرې والی د همغه عدد د مطلقه قیمت څخه عبارت دی. یا په بل عبارت که د اعدادو او حروفو اشارې په نظر کې ونه نیول شي د مطلقه قیمت څخه عبارت دی او دارنګه لیکل کیږي. د $+3$ او -3 عددونو مطلقه قیمت ،3، دی.

$$|+3| = 3 \quad \text{او} \quad |-3| = 3$$

همدارنګه که چیرې x یو حقیقي عدد وي نو د نوموړي عدد مطلقه قیمت په لاندې ډول تعریفوو:

۱- که چیرې $x>0$ وي نو $|x| = x$

۲- 〃 $x=0$ 〃 $|x| = 0$

۳- 〃 $x<0$ 〃 $|x| = -x$ داځکه چه پدې صورت کې $(-x)$ مثبت کیږي.

د مثال په توګه که $x=4$ وي $|4| = 4$ ، $x=0$ نو $|0| = 0$ او بالاخره که $x=-4$ وي، نو پدې صورت کې $|-4| = -(-4) = 4$

الجبري افادې

الجبري حد :- هغه عدد ونه يا الجبري توري چه د ضرب تقسيم، طاقت او جذر، تر عمليې لاندې راغلي وي يو الجبري حد تشکيلوي.

لکه: $0.4ax^2y$ ، $\frac{2}{3}x$ ، ab ، $\sqrt{a}x^2$ ، xy^3m^2

الجبري افاده :- که چيرې څو الجبري حد ونه د جمع او تفريق د علامو په واسطه يو له بل سره اړيکې ولري، د الجبري افادې په نوم ياديږي.

مثلاً: د الجبري افادو ډولونه په لاندې ډول دي.

1- يو حدي افاده (Monomial) : مثلاً: $\sqrt{x}$ m^2xy^3

2- دوه حدي افاده (Bynomial) : " $\frac{5}{6}a^2b^2-3ab$

3- درې حدي افاده (Trinomial) : " $\sqrt{2}x^3+3xy-4y^2$

4- څو حدي افاده (Polynomial) : " $4x^4-7x^3+3x^2+5$

5- ملټي نوم (Multinomial) : " $2p-c+3d-a+\sqrt{b}$ m "

په پورته مثالونو کې ليدل کيږي چه يو الجبري حد ته هم الجبري افاده ويلای شو.

په هغې ترتيب که يوه الجبري افاده له مجموعې د څو حد ونو څخه تشکيل شوې وي او د هر وفو توانونه يې مکمل اعداد وي د پولينوم په نامه ياديږي. لکه:

$4x^4-7x^3+3x^2-5$

دلته سوال پيداکيږي چه فرق د ملټي نوم او پولينوم څه شی دی؟

د دې سوال په ځواب کې ويلای شو چه په پولينوم کې د هر وفو توانونه مکمل اعداد

نښه (۰) صفر وجود نه لري. د صفر مزیت په دې کې دی چه کولای شو له نهو نورو علامو (اعدادو) سره یې ترکیب کړو او ورڅخه نور اعداد جوړ کړو.

مسلمانو تجارانو په مختلفو پیړیو کې له اروپایي مملکتونو سره پراخه تجارتي روابط درلودل. دوی خپله د عدد نویسي طریقه له ځان سره اروپا ته یوړه او د پیسو په محاسبه کې به یې له هغو څخه کار اخیست. ایټالوي تجارانو په تدریج سره دغه طریقه زده کړه. د دوی په ذهن کې به هیڅکله دا نه ګرځیدله چه په راتلونکو پیړیو کې به دغه طریقه په اروپا او ټوله نړۍ کې خپره شي. علمي او فرهنګي مرکزونو خصوصاً کلیسا و به د دغه ډول عددونو لیکلو څخه مخالفت کاوه او هغه یې د دین څخه مخالف کار ګاڼه او دوی ټینګو ټینګ نه شول چه د مسلمانانو عددي علامات په دوی کې رواج شي.

د (فلورانس) په ښار کې یو قانون تصویب شو چه د دغو عددي علامانو استعمال حرام وګڼل شو.

نږدې (۴۰۰) کاله تیر شول ترڅو خلك په تدریج سره پوه شول چه د عربي طرز لیکنه په څو ځله دروي لیکني څخه آسانه ده او هر رنګه د څلورګونو عملیو آسانه اجرا کول په دغه ډول اعدادو پاندې نور هم د دې طریقې د مرغوبیت سبب وګرځید.

واحد:

په معنی د یو، یکه، مفرد او تنها ته وایي. هر رنګه د هر شي د اندازه کولو یوه معین مقدار ته واحد وایي. مثلاً: د اوږدوالی د مقیاس واحد متر دی او د حجم لپاره مترمکعب... او نور.

وي، اما په ملتينوم کې ضرور نه چه توانونه د حروفو ني مکمل اعداد وي .
لکه: $\sqrt{3x}+4x^2y+5$ په دې افاده کې $(3x)^{\frac{1}{2}}$ توان لري.

مشابه حدونه :-

که $4x^2y^3m$ ، $\frac{2}{5}x^2y^3m$ ، $9,8mx^2y^3$ الجبري حدونه

په نظر کې ونيسو ليدل کيږي چه نوموړي حدونه د عين تورو څخه جوړ شويدي او د تورو توانونه ئې سره مساوي دي. له دې ځايه ويلای شو چه : هغه حدونه چه د عين الجبري تورو څخه جوړ شوي او د تورو طاقتونه ئې سره يوشان وي مشابه الجبري حدونه ورته وائي.

ديوې څوحده افادې درجه :-

ديوې څوحده الجبري افادې درجه نظر يوه يا ټولو هغو تورو ته چه په افاده کې موجود وي تعينولای شو. مثلاً: غواړو چه د لاندې افادې درجه تعين کړو .

$$3x^3y-5x^2y^5+4xy^2+2z^4x$$

د پورتنۍ افادې درجه نظر (x) ته (3) او نظر (y) ته (5)، او نظر (z) ته (4) دی .

مرتبې او نامرتبې څوحده افادې :-

که يوه څوحده افاده نظر ديوه توري توانونه په صعودي يا نزولي ډول ترتيب شوي وي نوموړې افادې ته مرتبه افاده وائي . لکه: $12a^4-5a^3b^2-2a^2b+3ab^3$ ، افاده چه نظر د a توان ته په نزولي ډول ترتيب شويده ، همدارنګه

$3x^3-5x^5+2x^4+5-7x$ يوه نامرتبه الجبري افاده ده که وغواړو چه نوموړې افاده نظر د x طاقتونو ته په صعودي ډول ترتيب کړو نو ليکلای شو چه: څرنګه چه د (x^2) حد موجود ندی د هغه په ځای ($0x^2$)

لیکو یعنې: $5 - 7x + 0x^2 + 3x^3 + 2x^4 - 5x^5$

همدارنګه پورتنی الجبری افاده نظر د x طاقتونو ته په نزولی ـ دول ترتیب کولای شو: $-5x^5 + 2x^4 + 3x^3 + 0x^2 - 7x + 5$

په همدې ترتیب که $4x^5 - 2x^2 + 5$ پولینوم ولرو، غواړو چې په نزولی دول یې ترتیب کړو نو لیکو چه:

$$4x^5 + 0x^4 + 0x^3 - 2x^2 + 0x + 5 \cdot$$

د همعلامه او مختلف العلامه عددونو د ضرب نتیجه

دلاندې اعدادو د ضرب حاصل په لاس راوړئ؟

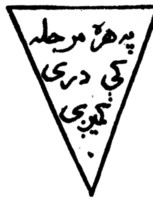
$(-2)\cdot 3 = ?$

حل :- $-2\cdot 3 = -6$

د پورته سوال د ثبوت لپاره لاندې جدول ته ځیر شئ او وګورئ چه ولې منفي ضرب د مثبت حاصل منفي دی؟

تشریح :- د جدول د کیڼي خوا ستون کې په هره مرحله کې یو کمیږي. د صفر څخه وروسته (-1) ، (-2) ، (-3) او نور اعداد لاسته راځي. د ښي خوا ستون کې په هره مرحله کې (3) کمیږي (-3) ، (-6) ، (-9) او نور منفي اعداد لاس ته راځي.





$3 \times 3 = 9$

$2 \times 3 = 6$

$1 \times 3 = 3$

$0 \times 3 = 0$

$-1 \times 3 = -3$

$-2 \times 3 = -6$

$-3 \times 3 = -9$

یا په بله طریقه:

$3 \times 4 = 12$

$(4-1)(3+1) = 12$

$12 + 4 \pm 3 \pm 1 = 12$

$16 \pm 4 = 12$

$16 - 4 = 12$

$12 = 12$

په پورته عملیه کې وګورئ چه که د څلورو عدد مثبت ونیول شي نو د مساوات

دوا ړه خوا وې به سره برابر نه شي. او که منفي و نیول شي؟ دا خو واضح ده چه باید منفي و نیول شي نو ځکه $- = - \times + -$

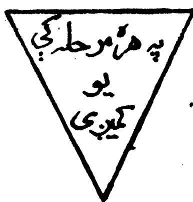
او هدا رنګه د پورته عملیې معکوس هم ثبوت کیږي $(+ \times - = -)$

د لاندې اعدادو د ضرب حاصل په لاس راوړئ؟

$(-3)\cdot(-2) = ?$ حل: $6 = (-2)\cdot(-3)$ $(-3)\cdot(-2) = 6$

د پورته ثبوت لپاره لاندې جدول ته متوجه شئ!

تشریح: په مرکزي ستون کې په هره مرحله کې یو کمیږي و روسته له یو څخه ۰، ۱-، ۲-، ۳- او نور حاصلیږي. د ښي خوا ستون کې په هره مرحله کې ۳، زیاتیږي وروسته له ۳- څخه ۰، ۳، ۶، ۹ او نور لاسته راځي.





$-3 \times 3 = -9$

$-3 \times 2 = -6$

$-3 \times 1 = -3$

$-3 \times 0 = 0$

$-3 \times -1 = 3$

$-3 \times -2 = 6$

$-3 \times -3 = 9$

یا په بل طریقه:

$4 \times 5 = 20$

یا $(5-1)(6-1) = 20$

" $30 - 5 - 6 + 1 = 20$

" $30 - 11 + 1 = 20$

$19 + 1 = 20$

په پوره عملیه کې وګورئ که چیرې د (۱) عدد مثبت و نیول شي نو د مساوات دواړې خواوې به سره برابرې شي . او که منفي و نیول شي نو د مساوات دواړه خواوې سره برابر یدلای نشي . نو نتیجه $- \cdot + = -$

د پورتنیو څېړنو څخه داعمومي نتیجه لیکلای شو:

۱ـ دهم علامه عدد دوبو دضرب حاصل همیشه مثبت وي .لکه:

$2 \cdot 3 = 6$ یا $(-2)(-3) = 6$

۲ـ د مختلف العلامه عدد دوبو دضرب حاصل همیشه منفي وي .لکه:

$2(-3) = -6$ یا $(-2)(3) = -6$

۳ـ صفر ضرب د هر عدد د مساوي په صفر سره وي .لکه:

$0(-3) = 0$ یا $0 \cdot 3 = 0$

یعنی:

$- \cdot + = -$
$+ \cdot - = -$
$- \cdot - = +$
$+ \cdot + = +$

یا د ریاضي په اصطلاح کې که a او b دوه طبعي اعداد وي نو لاندې مساوات همیشه موجود وي:

$(-a) \cdot b = -(a \cdot b)$ $\quad$ $(-a) \cdot 0 = 0$

$a \cdot (-b) = -(a \cdot b)$ $\quad$ $0 \cdot (+a) = 0$

$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$ $\quad$ $a \cdot 0 = 0$

$(+a) \cdot (+b) = a \cdot b$ $\quad$ $0 \cdot a = 0$

اوس غواړو چې تېر شوي مطالب د قوسينو په رفع کولو کې تطبيق کړو.

مثال: لاندې قوسونه رفع بيايې ساده کړئ؟

A[*]:

$$10x-3y-\{3x+6y-[5x-(x-2y)+9y]\}+x-2y=?$$

$$10x-3y-\{3x+6y-[5x-x+2y+9y]\}+x-2y=$$

$$10x-3y-\{3x+6y-5x+x-2y-9y\}+x-2y=$$

$$\underline{10x}-3y-3x-6y+5x-\cancel{x}+2y+9y+\cancel{x}-2y=12x$$

$$-4x+16x+\cancel{11y}-\cancel{11y}=12x$$

يا مشابه حدونه (+) او (−) يو له بل سره جلا جلا جمع کوو، وروسته يې ساده کوو.

B:

$$-7m-\{3m-[-4n-(4m-9n)-2(3n-m)]+n\}=?$$

$$-7m-\{3m-[-4n-4m+9n-6n+2m]+n\}=$$

$$-7m-\{3m+4n+4m-9n+6n-2m+n\}=$$

$$-7m-3m-4n-4m+9n-6n+2m-n=$$

$$\boxed{-12m-2n}$$

يا مشابه حدونه (+) او (−) يو له بل سره جلا جلا جمع کوو او نتيجه لاسته راوړو:

$$-14m+2m-11n+9n=\boxed{-12m-2n}$$

---

[*] يادونه: په ځينو کتابونو کې د ([ ]) علامه د لوی قوس او د ({ }) علامه د منځني قوس لپاره استعماليږي، ليکن اوس برعکس استعماليږي.

نهم فصل

د ریاضی تمرینات

لکه څنګه چه محترم ښوونکی د شپږم ټولګی څخه تر نهم ټولګی پورې د ریاضی د مضمون د تدریس دنده په غاړه لری، د دې لپاره چه د دوی مشکلات د تمریناتو په برخه کې تر یو حده پورې حل شوی وی، لازم وګڼل شو چې د شپږم ټولګی څخه تر نهم ټولګی پورې د تمرین ځنی مهم مسایل د هغوی د حل سره دلته ذکر کړو ترڅو په راتلونکی کې ښوونکی د خپلو ښو معلوماتو تر څنګ په خپل تدریس کې له دغو حل شویو مسائلو څخه یو څه ګټه پوره کړی.

د شپږم ټولګی د ریاضی ځینی تمرینات:

1:- لاندې متوالی کسرونه په عام کسر بدل کړی؟

a: $0,\overline{3}$ b: $0,8\overline{3}$ c: $0,\overline{45}$

حل:-

a:- $0,\overline{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

b:- $0,8\overline{3} = \frac{83-8}{90} = \frac{75}{90} = \frac{5}{6}$

c:- $0,\overline{45} = \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$

2:- د یوې ځمکې د سور او اوږدوالی نسبت $\frac{2}{3}$ دی که اوږدوالی یې 45، متره وی نو سور یې پیدا کړی؟

حل:- دوهم کمیت × نسبت = اول کمیت

سور = $\frac{2}{3} \cdot 45m$

〃 = $30m$

یا

$\frac{\text{سور}}{\text{طول}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{\text{سور}}{45m} = \frac{2}{3}$

سور = $\frac{2 \cdot 45m}{3} = 30\ m$

3:- د دایرې د محیط او قطر ترمنځ نسبت $\frac{22}{7}$ دی د دایرې هغه محیط چه قطر یې 21,84 cm وي معلوم کړی؟

حل:-

دوهم کمیت . نسبت = لومړی کمیت

$$\text{محیط} = \frac{22}{\cancel{7}} \cdot \cancel{21}^{3}, \cancel{84}^{12}\ cm$$

$$〃 = 22 \cdot 3,12\ cm = 68,64\ cm$$

$$\text{محیط} = 68,64\ cm$$

4:- دیوه تناسب دری لومړي حدونه $\frac{5}{7}$ ، $\frac{7}{8}$ ، $\frac{2}{3}$ دی څلورم حد یې معلوم کړی؟

حل:-

$$\frac{(\frac{5}{7})}{(\frac{7}{8})} = \frac{(\frac{2}{3})}{x} \qquad x = \frac{\frac{7}{8} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{(\frac{14}{24})}{(\frac{5}{7})}$$

$$= \frac{\cancel{14}^{7}}{\cancel{24}_{12}} \cdot \frac{7}{5} = \frac{49}{60} \quad \underline{x\ \frac{49}{60}}$$

5:- دیوې باغچې $\frac{3}{4}$ برخه (180) افغانی ارزي د باغچې $\frac{2}{3}$ برخه به څو ارزي؟

حل:-

باغچه	قیمت
$\frac{3}{4}$	180
$\frac{2}{3}$	x

$$x = \frac{\frac{2}{\cancel{3}} \cdot \cancel{180}^{60}}{\frac{3}{4}} = \frac{120}{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\cancel{120}^{40} \cdot 4}{\cancel{3}_{1}} = \underline{160\ Afs}$$

6:- که یو سړی د ورځې (5) ساعته کار وکړي یو کار به (25) ورځو کې تمامولی کړي که د ورځې (8) ساعته کار وکړي نو موږي کار به څو ورځو کې تمام کړي؟

حل:-

ساعت	ورځې
5	25
8	x

ځکه چې تناسب معکوس دی نو دا رابطه لیکو:

$$\frac{5}{8}=\frac{x}{25}$$

$$x=\frac{5\cdot 25}{8}=\frac{125}{8}$$

$$\therefore\ x=15\frac{5}{8}$$ ورځې

7:- ٪25 حاضري د مدرسې د کلنی ازموینې لپاره تاکل شویده یو شاګرد چه (155) ورځې د (250) تعلیمي ورځو څخه حاضروی په ازموینه کې شاملیدای شي که نه؟

تعلیمي ورځې	حاضر
250	155
100	x

$$x=\frac{100\cdot 155}{250}=\%62$$

یا:

تعلیمي ورځې	دامتحان دشاملیدو ورځې
100	75
250	x

$$x=\frac{75\cdot 250}{100}=\frac{375}{2}=187\frac{1}{2}$$

نو موږي شاګرد په ازموینه کې نشي شاملیدای ځکه چه 250 ورځو کې $(187\frac{1}{2})$ ورځې حاضر دی.

یا په بل عبارت (٪62) حاضري لري (٪75) ئې نده پوره کړي.

د اووم ټولګي د رياضي ځينې تمرينات

1 :- دری توپه ټوکر لرو چه 80 ، 48 او 64 متره اوږدوالی لري . غواړو چه هغه په مساوي برخو داسې ووېشو چه له یوې خوا ټخه ټوکر ضایع نشي او له بلې خوا هره برخه د زیات نه زیات اوږدوالی ولري . د هرې برخې اوږدوالی پیدا کړی چه ټولې به څو برخې پلاس راشي ؟

حل :- دلته لمړی لوی قاسم پیدا کوو چه هر یو ور باندې پوره تقسیم شي

2	80
2	40
2	20
2	10
5	5
	1

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

ضربي عوامل دي

$$80 = 2^4 . 5$$
$$48 = 2^4 . 3$$
$$64 = 2^6$$

دلته (2^4) انتخابوو .

$2^4 = 2.2.2.2 = 16$ (عاد اعظم) لوی قاسم دی

نو معلومه شوه چه د هرې برخې اوږدوالی باید (16) متره وي .

$\frac{80}{16} = 5$ برخې $\quad \frac{48}{16} = 3$ برخې $\quad \frac{64}{16} = 4$ برخې

پس د لومړي توپ ټخه (5) برخې ، د دوهم توپ ټخه (3) برخې او د دریم توپ ټخه (4) برخې په لاس راځي .

2 :- د دوو ښارونو ترمنځ هغه لنډه فاصله ده چه د 12 مترو 16 او 18 متره فیتو پواسطه پوره اندازه کیږي . نو موږ هې فاصله پیدا کړی او هم ووایې چه هره فیته څو ځلې په دې فاصله کې شامله ده ؟

عدد:

عدد په لغت کې شمار، ګڼه، رقم شماره ګذاري کول، په حساب تعینول او په اصطلاح کې هغه نښه یا سمبول دی چه د شیانو شمېر رانښیي یاد شمېر ځای استعمالیږي یا هغه نښه او سمبول دی چه د شیانو د شمېر لپاره په کاریږي. مثلاً: که وواېو چه ترخېل ملګری و شمېره نو حتمي وایي چه، یو، دوه، دری ... په حقیقت کې دا هره کلمه (یو، دوه، دری ...) عدد دی چه د یو سمبول (۱) او د دوه سمبول (۲) ... او نور. او اعداد په عمومی ډول دوه ډوله دی حقیقی او موهومی

حقیقي اعداد* (Real Numbers):

هغه اعداد دي چه د اعدادو په کرښه باندې موجودیت لري حتمي او په هغه کې پوره او کسري اعداد ټول شامل دي.

یا په بل عبارت ټولو ناطقو او غیر ناطقو اعدادو ته حقیقي اعداد وايي او په عمومي ډول حقیقي اعداد د په ریاضي کې په (R) سره ښیو.

ناطق اعداد (Rational Numbers):

د ټولو هغو عددونو سیټ چه د موقعیت نقطې یې د اعدادو په خط باندې پوره مشخص او په نښه شي د ناطقو اعدادو په نوم یادیږي.

یا په بل عبارت ټول تام اعداد او هغه کسري اعداد چه د یو عام کسر په شکل لیکل کېدای شي (مثبت وي یا منفي) د ناطقو اعدادو په نوم یادیږي هر ناطق عدد د ($\frac{a}{b}$) کسر په شکل لیکل کېدای شي، پدې شرط چه a او b تام اعداد وي او $b \neq 0$ وي. مثلاً: $0,5$ ، -6 ، $\frac{2}{3}$، $-\frac{2}{3}$

$1\frac{1}{5}$ او نور. ناطق اعداد داسې هم تعریف کېدای شي:

* کله کله د اعدادو محور، د حقیقي اعدادو د خط په نوم هم یادوي.

حل :- لمړی دلته کوچنی مضرب مشترك پیدا کوو :

2	12	16	18
2	6	8	9
2	3	4	9
3	3	2	9
	1	2	3

$3^2 \cdot 2^4 = 144$ همدغه عدد د سړك فاصله ده.

a/ $\frac{144}{12} = 12$ یعني لمړی فیته 12 ځلې د تول پر سړك بار په فاصله کې ش لمړه.

b/ $\frac{144}{16} = 9$ ځلې ش لمړه ده

c/ $\frac{144}{18} = 8$ ځلې ش لمړی

3 :- څلور سوداګران د تجارت د پاره په یوه ورځ د کابل د ښار څخه د قندهار، هرات، جرمني او امریکا خواته حرکت کوي. که لمړی تن په هرو 5 ورځو، دوهم تن په هرو ۹ ورځو، دریم تن په هرو 12، او څلورم تن په هرو 20 ورځو کې بیا بیا د کابل ښار ترك کړي:

a) معلوم کړئ چه څو ورځې وروسته به بیا څلور واړه سوداګران په کابل کې سره یو ځای شي؟

b) د دې ورځو په اوږدو کې به څو ځلې هر سوداګر کابل ته راغلی وي؟

حل :-

2	5	9	12	20
2	5	9	6	10
3	5	9	3	5
5	5	3	1	5
	1	3	1	1

$3^2 \cdot 2^2 \cdot 5 = 180$ ورځو سره یو ځای کیږي.

a) $\frac{180}{5} = 36$ واري راځي.

b) $\frac{180}{9} = 20$ واري راځي.

c) $\frac{180}{12} = 15$ واري راځي.

d) $\frac{180}{20} = 9$ واري راځي

4 :- که یوله دوو عددونو څخه (45) او دهغوی تر ټولو لوی مشترک قاسم 5 او تر ټولو کوچنی مشترک مضرب 495 وی دوهم عدد پیدا کړی؟

حل: که دوه عددونه راکړل شوی وی نو دا رابطه همیشه چلیږی :

فورمول :- دوهم عدد × لمړی عدد = کوچنی مشترک مضرب × دهغو تر ټولو لوی قاسم

$$\frac{495 \cdot 5}{45} = \underline{\underline{55}}$$ = دوهم عدد

د اتم ټولګی د ریاضی ځینی تمرینات:

1 :- د دوو اول نمره ګانو د نمرو نسبت $\frac{19}{17}$ دی که د لمړی اول نمره نمری 209 وی د دوهم اول نمره نمری به څو وی.

حل :- نسبت ÷ اول کمیت = دوهم کمیت

$$// = 209 \div \frac{19}{17}$$

$$// = 209 \cdot \frac{17}{19} = \underline{\underline{187}}$$

2 :- (420) افغانی د $\frac{1}{2}$ او $\frac{1}{4}$ په نسبت وویشی؟

حل :-

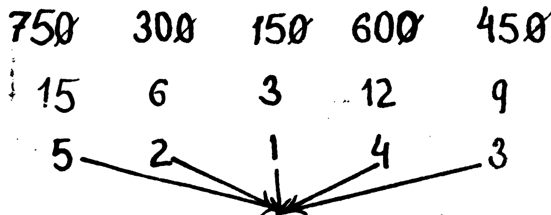
$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$ د نسبتو مجموعه

a/ $$\frac{420}{\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{420}{1} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{280}}$$ لمړی برخه

b/ $$\frac{420}{\frac{3}{4}} \cdot \frac{1}{4} = 420 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{4} = \underline{\underline{140}}$$ دوهمه برخه

3:- دتعلیم او تربیې ریاست غواړي چه 13500 جلده کتابي خپلو پنځو لیسو ته دهغوی د شاگردانو په نسبت وویشي که چیرې د شاگردانو شمېر په ترتیب سره 450 ، 600 ، 150 ، 300 او 750 وي ، دهرې لیسې ونډه معلومه کړی؟

حل :-



15 دنسبتونو مجموعه

$$a, sch_1 = \frac{13500 \cdot 3}{15} = 900.3 = 2700 \text{ جلده}$$

$$b, sch_2 = \frac{13500 \cdot 4}{15} = 900 \cdot 4 = 3600 \text{ جلده}$$

$$c, sch_3 = \frac{13500 \cdot 1}{15} = 900 \text{ جلده}$$

$$d, sch_4 = 900 \cdot 2 = 1800 \text{ جلده}$$

$$e, sch_5 = 900 \cdot 5 = 4500 \text{ جلده}$$

[ښوونځی (School) ،، Sch]

4:- دا نسبت ساده کړی؟ $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

حل :- دلته دنسبت صورت او مخرج د مخرج په مزدوج کې ضربوو*

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{1(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{(2)^2}-\sqrt{(3)^2}} =$$

$$\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-3} = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{-1} = -\sqrt{2}+\sqrt{3} \text{ Answer}$$

---

* A+B مزدوج A−B او A−B مزدوج A+B دی.

5 :- دا نسبت ساده کړئ؟

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{4}-\frac{1}{2+1/3}}$$

حل:

$$\frac{4/5}{\frac{3}{4}-\frac{1}{2+\frac{1}{3}}}=\frac{4/5}{\frac{3}{4}-\frac{1}{\frac{6+1}{3}}}=\frac{4/5}{\frac{3}{4}-\frac{1}{7/3}}=\frac{4/5}{\frac{3}{4}-\frac{1}{1}\cdot\frac{3}{7}}$$

$$=\frac{4/5}{\frac{3}{4}-\frac{3}{7}}=\frac{4/5}{\frac{21-12}{28}}=\frac{4/5}{9/28}=\frac{4}{5}\cdot\frac{28}{9}=\frac{112}{45}$$

$$=2\frac{22}{45}$$

6 :- (320) تنه دوه ځې (8) ساعته کار کوي او په (32) ورځو کې یوه خمکه چه (250) متره اوږد والی او (128) متره سور لري په دوه برو فرش کوي. څو کسه پکار دي چه په (40) ورځو کې دوه ځې (10) ساعته کار وکړي یوه بله ځمکه چه (200) متره اوږدوالی او (150) متره سور ولري فرش کړي؟

حل:

نفر	ساعت	ورځ	اوږدوالی	سور
320	8	32	250m	128m
x	10	40	200m	150m
	معکوس	معکوس	مستقیم	مستقیم

$$\frac{x}{320}=\frac{8}{10}=\frac{32}{40}=\frac{200}{250}=\frac{150}{128}$$

$$x=\frac{320\cdot 8\cdot 32\cdot 200\cdot 150}{10\cdot 40\cdot 250\cdot 128}=\quad x=192 \text{ نفره}$$

7 :- یو نل یو حوض په (۹) ساعته کې او بل نل همدغه حوض په (12) ساعته کې ډکوي که دواړه نلونه سره یوځای شي په یوه ساعت کې به د حوض کومه برخه او ټول حوض به په څو ساعته کې ډک کړي؟

حل:- دواړه نلونه په یوه ساعت کې $= \frac{1}{9}+\frac{1}{12}=\frac{4+3}{36}=\frac{7}{36}$

برخه په یوه ساعت کې ډکوي.

ساعت	حوض
1	$\frac{7}{36}$
x	$\frac{36}{36}$

$$x=\frac{1\cdot 36/36}{7/36}=\frac{36}{36}\cdot\frac{36}{7}=\frac{36}{7}$$

$$=5\frac{1}{7}$$ ($5\frac{1}{7}$ ساعته کې ټول حوض ډکیږي)،

8 :- (12) نفره یو کار په (8) ورځو کې تماموي، (16) نفره به همغه کار په څو ورځو کې تمام کړي؟

ورځې	نفره
8	12
x	16

$$x=\frac{x}{8}=\frac{12}{16}\Longrightarrow x=\frac{8\cdot 12}{16}$$

$\underline{x=6}$ ورځې

9 :- یوه تاجر په خپله سرمایه کې (15%) ګټه کړېده که سرمایه او ګټه مجموعاً (143750) افغانۍ وي. سرمایه یې څو افغانۍ ده؟

اصلي روپیه	فعلي روپیه
100	115
x	143750

$$x=\frac{100\cdot 143750}{115}=125000\ \text{Afs}$$ سرمایه

ګټه $=143750-125000=18750$ Afs

یا

ګټه	ګټه او سرمایه
15	$100+15=115$
x	143750

لوړې ټول ګټه $=\frac{15\cdot 143750}{115}=18750$ افغانۍ

سرمایه $= 143750 - 18750 = 125000$ افغانۍ

10 :- یوه تاجر په (56800) افغانیو کې (6816) افغانۍ او په (65500) افغانیو کې (7532,5) افغانۍ گټه کړې ده د تاجر کومې سرمایې ډېره زیاته گټه کړې ده؟

حل :- گټه سرمایه الف:

$$\left.\begin{matrix} 56800 & 6816 \\ 100 & x \end{matrix}\right\} x = \frac{6816 \cdot 100}{56800} = \%12$$

ب: گټه سرمایه

$$\left.\begin{matrix} 65500 & 7532,5 \\ 100 & x \end{matrix}\right\} x = \frac{100 \cdot 7532,5}{65500} = \%11,5$$

نو ویلای شو چه نوموړي تاجر په اوله سرمایه کې گټه کړېده.

د نهم ټولگي د ریاضي ځینې تمرینات:

۱:- د $a^n . a^m = a^{n+m}$ د فورمول په مرسته لاندې مسئلې حل کړئ؟

1- $(-5)^8(-5)^4 = ? \Rightarrow (-5)^8(-5)^4 = (-5)^{8+4} = (-5)^{12}$

2:- $(2a)^{m-1}(5a)^{2m+1} = ? \Rightarrow (2a)^{m-1}(5a)^{2m+1} = (10a)^{m-1+2m+1}$
$= 10a^{3m}$

3:- $(6ax^2y^3)(7ax^3y^3) \Rightarrow 6 \cdot 7a^2x^5y^6 = 42a^2x^5y^6$

4:- $x^3(x^5 + x^{10}) \Rightarrow x^3 . x^5 + x^3 . x^{10} = x^8 + x^{13}$

5:- $(a^9 - b^9)(a^9 + b^9) = a^9(a^9 + b^9) - b^9(a^9 + b^9) = a^{18} + a^9b^9 - a^9b^9 - b^{18}$
$= a^{18} - b^{18}$

د 5، مسئلې حل په بله طریقه:

$$(a^9-b^9)(a^9+b^9)=(a^9)^2-(b^9)^2=\underline{a^{18}-b^{18}}$$

2_ د $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ د فورمول په مرسته لاندې مسئلې حل کړئ؟

1:- $\frac{10^6}{10^4}\ ? \Longrightarrow \frac{10^6}{10^4}=10^{6-4}=\underline{\underline{10^2}}$

2: $\frac{c^x}{c^{x-4}}=? \Longrightarrow c^{x-(x-4)}=c^{\cancel{x}-\cancel{x}+4}=\underline{\underline{c^4}}$

3: $\frac{a^p}{a^3}=? \Longrightarrow \frac{a^p}{a^3}=a^{p-3}$

4: $\frac{126a^3b^5c^7}{18a^3b^4c^5}=? \Longrightarrow \frac{126}{18}a^{3-3}\cdot b^{5-4}\cdot c^{7-5}=\underline{\underline{7bc^2}}$

5: $\frac{(a+b)^8}{(a+b)^2}=? \Longrightarrow (a+b)^{8-2}=\underline{\underline{(a+b)^6}}$

6: $\frac{(x-y)^{p-1}}{(x-y)^{p-2}}=? \Longrightarrow (x-y)^{p-1-(p-2)}=(x-y)^{\cancel{p}-1-\cancel{p}+2}$

$$=(x-y)^1=\underline{\underline{x-y}}$$

7: $\frac{x^{21}+x^{10}}{x^8}=? \Longrightarrow \frac{x^{21}}{x^8}+\frac{x^{10}}{x^8}=x^{21-8}+x^{10-8}$

$$=\underline{\underline{x^{13}+x^2}}$$

8: $\frac{12a^3-15a^5}{3a^2}=? \Longrightarrow \frac{\overset{4}{\cancel{12}}a^3}{\underset{1}{\cancel{3}}a^2}-\frac{\overset{5}{\cancel{15}}a^5}{\underset{1}{\cancel{3}}a^2}=4a^{3-2}-5a^{5-2}$

$$=\underline{\underline{4a-5a^3}}$$

3 ـ د $(a^n)^m = a^{n.m}$ فورمول په مرسته لاندې سؤالونه حل کړې؟

1: $[(135)^4]^5 = ? \Longrightarrow (135)^{4.5} = \underline{(135)^{20}}$

2: $[(a)^{2P}]^{2n} = ? \Longrightarrow (a^{2P})^{2n} = a^{2p \cdot 2n} = \underline{a^{4Pn}}$

3: $(x^{2p+1})^{2p-1} = ? \Longrightarrow x^{(2p+1)(2p-1)} = x^{4p^2 - 2p + 2p - 1}$

$= \underline{x^{4p^2-1}}$

یا په بل طریقه: $(x^{2P+1})^{2P-1} = x^{(2p)^2-(1)^2} = \underline{x^{4p^2-1}}$

4: $(a^2 \cdot b^3)^4 = ? \Longrightarrow a^{2.4} \cdot b^{3.4} = a^8 \cdot b^{12} = \underline{a^8 b^{12}}$

5: $[(2a^3)^3 (3b^4)]^5 = ? \Longrightarrow (2a^3)^5 (3b^4)^5 = \underline{2a^{15} . 3b^{20}}$

4ـ د $a^{-P} = \frac{1}{a^P}$ فورمول په مرسته لاندې عددونه یو پر بل تقسیم کړې؟

1: $8^{-7} \div 8^{-5} = ? \Longrightarrow \frac{1}{8^7} \div \frac{1}{8^5} = \frac{1}{8^7} \cdot \frac{8^5}{1} = \frac{8^5}{8^7} = 8^{5-7}$

$= \underline{8^{-2}}$ یا $\underline{\frac{1}{8^2}}$

2: $x^{-5} \div x^7 = ? \Longrightarrow \frac{1}{x^5} \div \frac{1}{x^{-7}} = \frac{1}{x^5} \cdot \frac{x^{-7}}{1} = x^{-7-5}$

$= \underline{x^{-12} \text{ or } 1/x^{12}}$

3: $a^{1-x} \div a^{2-x} = ? \Longrightarrow \frac{1}{a^{-1+x}} \div \frac{1}{a^{-2+x}} = \frac{1}{a^{-1+x}} \cdot \frac{a^{-2+x}}{1}$

$= \frac{a^{-2+x}}{a^{-1+x}} = a^{-2+x-(-1+x)} = a^{-1} = \underline{\frac{1}{a}}$

د 3 مسئلې حل په بله طریقه:

$$a^{1-x} \div a^{2-x} = \frac{a^{1-x}}{a^{2-x}} = a^{1-x-(2-x)} = a^{1-x-2+x} = a^{-1} = \frac{1}{a}$$

4: $5,4c^{-2} \div 18c^{3} = ? \Longrightarrow \frac{5,4c^{-2}}{18c^{3}} = \frac{54c^{-2}}{180c^{3}} = \frac{3}{10}c^{-2-3}$

$$= \frac{3}{10}c^{-5} = 0,3c^{-5} = \frac{1}{0,3c^{5}}$$

یا په بله طریقه:

$$5,4c^{-2} \div 18c^{3} = 5,4 \cdot \frac{1}{c^{2}} \div 18 \cdot \frac{1}{c^{3}}$$

$$= \frac{5,4}{c^{2}} \div \frac{18}{c^{3}} = \frac{5,4}{c^{2}} \cdot \frac{c^{3}}{18} = \frac{54}{180}c^{3-2} = 0,3c^{-5} = \frac{1}{0,3c^{5}}$$

5: $(6ab)^{-5} \div (36bc)^{-5} = ? \Longrightarrow \frac{1}{(6ab)^{5}} \div \frac{1}{(36bc)^{5}}$

$$= \frac{1}{(6ab)^{5}} \cdot \frac{(36bc)^{5}}{1} = \frac{(36bc)^{5}}{(6ab)^{5}} = \left(\frac{36bc}{6ab}\right)^{5}$$

$$= \left(\frac{6c}{a}\right)^{5} \text{ or } (6ca^{-1})^{5}$$

5ـ د $\frac{a^{n}}{b^{n}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{n}$ فورمول په مرسته لاندې سئوالونه حل کړئ؟

I: $\frac{(48)^{4}}{(16)^{4}} = \left(\frac{48}{16}\right)^{4} = (3)^{4}$

II: $\frac{(49a)^{3}}{(7a)^{3}} = \left(\frac{49a}{7a}\right)^{3} = (7)^{3}$

III: $\frac{(x-y)^{12}}{(x-y)^{12}} = \left(\frac{x-y}{x-y}\right)^{12} = (1)^{12} = 1$

6- د $a^n \cdot b^n \cdot c^n = (a.b.c)^n$ د فورمول په کومك لاندې سوالونه حل کړئ؟

$$I: \; (2a)^4 \cdot (3b)^4 \cdot (4c)^4 = \left[(2a)(3b)(4c)\right]^4 = (24abc)^4$$

$$II: \; (2m)^6 \cdot n^6 \cdot (\tfrac{2}{3}y)^6 = \left[(2m)(n)(\tfrac{2}{3}y)\right]^6 = (\tfrac{4}{3}mny)^6$$

7- دلاندې عددونو دضرب حاصل په لاس راوړئ؟

$$I: \; 2^{-3} \cdot 2^{2} = 2^{-3+2} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$II: \; x^{2-n} \cdot x^{n-3} = x^{2-n+(n-3)} = x^{-1} = \frac{1}{x}$$

8- د $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ د فورمول په مرسته لاندې سوالونه حل کړئ؟

$$I: \; \sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{27 \cdot 3} = \sqrt{81} = 9$$

$$II: \; \sqrt[3]{3x^2} \cdot \sqrt[3]{9x} = \sqrt[3]{3x^2 \cdot 9x} = \sqrt[3]{27x^3} = 3x$$

$$III: \; (\sqrt{18b} - \sqrt{8b})(\sqrt{18b}) = \sqrt{18b \cdot 18b} - \sqrt{18b \cdot 8b} = \sqrt{(18b)^2} - \sqrt{144b^2} = 18b - 12b = 6b$$

$$IV: \; \sqrt{12a} \cdot \sqrt{3a^3} = \sqrt{3a^3 \cdot 12a} = \sqrt{36a^4} = 6a^2$$

9- د $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ د فورمول په مرسته لاندې سوالونه حل کړئ؟

$$I: \; \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = ? \Longrightarrow \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2^2}{2}} = \sqrt{2^2} = 2$$

$$II: \; \frac{\sqrt{27} - \sqrt{12}}{\sqrt{3}} = ? \Rightarrow \sqrt{\frac{27}{3}} - \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$$

ټول هغه اعداد چه د هغوی اعشاری رقمونه پای ته رسیږي

یا تکراریږي مثلاً: $\frac{5}{16} = 0,3125$ ، $\frac{8}{7} = 1,142857142857$ —

متوالي او غیر متوالي دي.

* موهومي اعداد (Complex Numbers):

هغه اعداد دي چه جزء حقیقي او جزء موهومي لري، موهومي اعداد

$a + bi$ شکل لري چه a جزء حقیقي او bi جزء موهومي دی. ټول الجبري

قوانین چه په حقیقي اعدادو د تطبیق وړ دي پر موهومي اعدادو هم

د تطبیق وړ دي (i) موهوم عدد (د منفي عدد جذر مربع) راښیي

یا په بل عبارت موهوم عدد چه د (i) په حرف سره ښودل کیږي،

داسې تعریف کیږي:

$i = \sqrt{-1}$ عدد یا $i^2 = -1$ مثال: $\sqrt{-7}$ د (i) په شکل تشریح کړئ؟

حل: $\sqrt{-7} = \sqrt{-1.7} = i\sqrt{7}$

غیر ناطق اعداد (Irration Numbers):

کوم اعداد چه د ناطقو اعدادو په شکل د اعدادو په کر ښه ښوول کیدای

نشي د غیر ناطقو اعدادو په نوم یادیږي یا په بل عبارت هغه اعداد چه د یو عام کسر په شکل لیکل کیدای نشي د غیر ناطقو اعدادو په نوم یادیږي.

مثلاً: $\sqrt{2}$، $\sqrt{3}$، $\sqrt{5}$، π ...

سره له دې چه $\sqrt{2}$ قیمت $1,4142135$ نیسو خو دا حقیقي قیمت نه

بلکه تخمیني قیمت دی. اعشاری رقمونه یې خلاصون نه لري او نه تکراریږي.

او همدارنګه د π قیمت غیر ناطق دی نو ځکه $\frac{22}{7}$ کسری عدد کیدای نشي.

تام اعداد یا پوره اعداد (Itegers Numbers):

هغه اعداد چه مخرج یې (1) وي د تامو اعدادو په نوم یادیږي. تام اعداد

کیدای شي چه مثبت وي یا منفي. یا په بل عبارت:

(*) موهومي اعداد، د مختلطو اعدادو یا کمپلکس یا د منفي اعدادو د جذر مربع په نوم یادیږي.

III: $\frac{\sqrt{432}+\sqrt{507}}{\sqrt{3}} = ? \Longrightarrow \sqrt{\frac{432}{3}} + \sqrt{\frac{507}{3}}$

$= \sqrt{144} + \sqrt{169} = 12+13 = \underline{\underline{25}}$

IV: $\frac{\sqrt{a^2+ab}}{\sqrt{a+b}} = ? \Longrightarrow \sqrt{\frac{a^2+ab}{a+b}} = \sqrt{\frac{a(a+b)}{a+b}} = \underline{\underline{\sqrt{a}}}$

V: $\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{ab}} = ? \Longrightarrow \sqrt[3]{\frac{a}{ab}} = \sqrt[3]{\frac{1}{b}} = \underline{\underline{\frac{1}{\sqrt[3]{b}}}}$

VI: $\frac{\sqrt{x^2 \cdot y^2}}{\sqrt{x^4 \cdot y^4}} = ? \Longrightarrow \sqrt{\frac{x^2 \cdot y^2}{x^4 \cdot y^4}} = \sqrt{\frac{x^2 \cdot y^2}{(x^2 \cdot y^2)(x^2 \cdot y^2)}}$

$= \sqrt{\frac{1}{x^2 \cdot y^2}} = \underline{\underline{\frac{1}{xy}}}$

10 ـ دلاندې عددونو دجذر درجې دتوان په شکل ولیکی ؟

I: $\sqrt[3]{a^2+b^2} = ? \Longrightarrow (a^2+b^2)^{\frac{1}{3}}$

II: $\sqrt[6]{(c-3a^2)^4} = (c-3a^2)^{4/6} = \underline{\underline{(c-3a^2)^{2/3}}}$

III: $\sqrt[8]{2x^4 \cdot y^4} = ? \Longrightarrow \sqrt[8]{2(x^4 \cdot y^4)} = \sqrt[8]{2(x \cdot y)^4}$

$= 2^{1/8}(xy)^{4/8} = \underline{\underline{2^{1/8}(x \cdot y)^{1/2}}}$

11 ـ دلاندې افادو طاقتونه دجذر په شکل ولیکی ؟

حل :- د $a^{\frac{u}{v}} = \sqrt[v]{a^u}$ * دفورمول په مرسته کولای شو چه هر طاقت په جذر یا جذر په طاقت ولیکو .

I: $(x)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{x^3}$

(*) :- $\sqrt[v]{a^u} = a^{u/v}$ ، ثبوت :- که چیرې $a^u = x$ وضع کړو نو لیکو چه :

$\sqrt[v]{a^u} = \sqrt[v]{x} = x^{\frac{1}{v}} = (a^u)^{\frac{1}{v}} = a^{u/v}$

II: $(x-2y)^{\frac{4n}{2p}}=? \Rightarrow (x-2y)^{\frac{4n}{2p}}=\sqrt[p]{(x-2y)^{2n}}$

III: $(x-y)^{\frac{2m}{4}}=? \Rightarrow (x-y)^{\frac{2m}{4}}=(x-y)^{\frac{m}{2}}=\sqrt{(x-y)^{m}}$

IV: $(a+5b)^{3/10}=\sqrt[10]{(a+5b)^{3}}$

V: $(m^{2})^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{m^{2}}$

د نهم ټولګي د الجبر د ځينو مسايلو حل

I – لاندې افادې سره جمع کړئ؟

a: $-2x+7+3x^{3}$

$x^{3}+1$

$-3x^{2}+6x+x^{3}-2$

b: $0b-6c+2a$

$7a-4b-15c-16d$

c: $\frac{1}{2}x^{2}y-\frac{3}{4}xy^{2}+\frac{1}{3}x^{2}y^{2}-\frac{2}{3}y^{2}$

$-\frac{4}{5}x^{2}y^{2}-\frac{1}{2}x^{2}+\frac{3}{4}x^{2}y-\frac{2}{3}xy^{2}$

حل :- لومړی د پورته افادو عين حروف د توان په اساس ترتيبوو.

a:

$$\begin{array}{r} x^{3}-3x^{2}+6x-2 \\ 3x^{3}+0x^{2}-2x+7 \\ x^{3}+0x^{2}+0x+1 \\ \hline 5x^{3}-3x^{2}+4x+6 \end{array}$$

b:

$$\begin{array}{r} 7a-4b-15c-16d \\ 2a+0b-6c+0d \\ \hline 9a-4b-21c-16d \end{array}$$

c:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3}x^{2}y^{2}+\frac{1}{2}x^{2}y-\frac{3}{4}xy^{2}-\frac{2}{3}y^{2} \\ -\frac{4}{5}x^{2}y^{2}+\frac{3}{4}x^{2}y-\frac{2}{3}xy^{2}+0y^{2}-\frac{1}{2}x^{2} \\ \hline -\frac{7}{15}x^{2}y^{2}+\frac{5}{4}x^{2}y-\frac{17}{12}xy^{2}-\frac{2}{3}y^{2}-\frac{1}{2}x^{2} \end{array}$$

II ـ په لاندې سوالونو کې د A د افادې څخه د B افادې تفریق کړئ؟

$A = \frac{1}{4}x^2 + 6ax - 3a^2$ $\quad\quad$ $A = x^2 - xy + 5xz - 2y^2 + 8yz$

$B = \frac{a^2}{2} + \frac{x^2}{8} + ax$ $\quad\quad$ $B = -2xy + 3y^2 - 6xz - 3x^2$

حل :ـ لومړی پوره افادې د عین حروفو د توان په اساس ترتیبو او هم د مفروق علامې ته تغیر ورکوو بیا لکه د جمع په شان عملیه سرته رسوو.

$$
\begin{array}{l}
A = x^2 - 2y^2 - xy + 5xz + 8yz \\
\underset{-}{B} = \underset{+}{-}3x^2 \underset{-}{+} 3y^2 \underset{+}{-} 2xy \underset{-}{+} 6xz \underset{-}{+} 0yz \\
\hline
A - B = 4x^2 - 5y^2 + xy - xz + 8yz
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{l}
A = \frac{1}{4}x^2 - 3a^2 + 6ax \\
\underset{-}{B} = \underset{+}{-}\frac{x^2}{8} \underset{-}{+} \frac{a^2}{2} \underset{-}{+} ax \\
\hline
A - B = \frac{x^2}{8} - \frac{7a^2}{2} + 5ax
\end{array}
$$

III ـ د لاندې الجبری افادو د ضرب حاصل په لاس راوړئ؟

a) $(x - y)(x^2 - xy + y^2) = ?$

b) $(x - 4)(x^3 - 3x^2 - x + 1) = ?$

حل: لومړی د اول قوس هر حد د دوهم قوس په هر حد کې ضربوو. او په هغې ترتیب سره د اول قوس دوهم حد ئې هم په ټولو حدونو کې ضربوو ورپسې بیا مشابه حدونه د توان په اساس سره جمع کوو د جمع حاصل مطلوب دی.

$$a)\quad (x-y)(x^2-xy+y^2) = x^3-x^2y+xy^2-x^2y+xy^2-y^3$$
$$= x^3-2x^2y+2xy^2-y^3$$

$$b)\quad (x-4)(x^3-3x^2-x+1) = x^4-3x^3-x^2+x-4x^3+12x^2+4x-4$$
$$= x^4-7x^3+11x^2+5x-4$$

IV ـ په دغه الجبری افادو کې د تقسیم عملیه اجرا کړی؟

$A:\quad (x^3+3x^2y+3xy^2+y^3) \div (x+y) = ?$

$B:\quad (x^2-xy+5xz-2y^2-6z^2+8yz) \div (x+y-z) = ?$

حل :ـ الجبری لومړی حد د مقسوم علیه الجبری افادې په ـ لومړی حد ویشو خارج قسمت د مقسوم علیه په هر حد کې ضربوو. د ـ ضرب حاصل د مقسوم تر مشابه حد لاندې لیکو او بیا د احاصل ضرب د ـ مقسوم څخه تفریق کوو، او دې عملیې ته تر هغه وخته ادامه ورکوو تر څو باقی صفر یا داسې عدد وی چه تقسیم نه شی.

A:

$$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 \;\Big|\; \frac{x+y}{x^2+2xy+y^2}$$
$$\underline{-x^3 \pm x^2y}$$
$$2x^2y+3xy^2+y^3$$
$$\underline{-2x^2y \pm 2xy^2}$$
$$xy^2+y^3$$
$$\underline{-xy^2 \pm y^3}$$

B:

$$x^2-xy+5xz-2y^2-6z^2+8yz \;\Big|\; \frac{x+y-z}{x-2y+6z}$$
$$\underline{-x^2 \pm xy \mp xz}$$
$$-2xy-6z^2+8yz+6xz-2y^2$$
$$\underline{\mp 2xy \quad \pm 2yz \quad \mp 2y^2}$$
$$6yz-6z^2+6xz$$
$$\underline{-6yz \mp 6z^2 \pm 6xz}$$

V- لاندې عبارتي سوالونه په ځير سره مطالعه او بيا يې حل کړئ؟

۱- که دوو عددونو په منځ کې فرق (11) وي په هغه صورت کې چې کوچنی عدد يې (x) وي لوی عدد پيدا کړئ؟

حل: - که کوچنی عدد (x) وي نو لوی عدد ($x+11$) څخه عبارت دی.

۲- داسې پرله پسې پنځه عددونه وليکئ چې د هغوی منځنی عدد (x) وي؟

حل: - که نوموړي عددونه په ترتيب سره a ، b ، x ، c او d وبولو نو لرو:

a = اول عدد = $x-2$

b = دوهم عدد = $x-1$

x = دريم عدد = x

c = څلورم عدد = $x+1$

d = پنځم عدد = $x+2$

۳- درې جفت عددونه داسې وليکئ چې لومړی عدد يې ($2X$) وي او همدا رنګه (4) داسې طاق عددونه وليکئ چې لومړی عدد يې ($2x-1$) وي؟

حل: جز الف: - که چيرې نوموړي جفت عددونه $2x$ ، y او z وي نو لرو چې:

اول عدد = $2x$

دوهم عدد = $y=2x+2$

دريم عدد = $z=2x+4$

جز ب: - که چيرې نوموړي طاق عددونه $2x-1$ ، P ، Q او R وي نو لرو چې:

اول عدد = $2x-1$

دوهم عدد = $P=(2x-1)+2=2x+1$

دريم عدد = $Q=(2x-1)+4=2x+3$

څلورم عدد = $R=(2x-1)+6=2x+5$

۴ـ د احمد او سنی عمر a کاله دی معلوم کړئ چې:

الف: 5 کاله وروسته به څو کلن وی؟

ب: 10 ″ ″ ″ ″ ″؟

ج: P ″ ″ ″ ″ ″؟

حل: الف: پنځه کاله وروسته به $(a+5)$ کلن وی.

ب: 10 کاله ″ ″ ″ $(a+10)$ کلن وی.

ج: P کاله وروسته به $(a+P)$ کلن وی.

۵ ـ دیوې مربع مساحت پیدا کړئ چه د هغې ضلعی اوږدوالی (x) وی؟

حل:ـ د مربع مساحت = ضلع × ضلع نو:

د مربع مساحت $A = x \cdot x = x^2$

۶ـ د دوو عددو مجموعه (18)، د لوی عدد ئې د کوچنی عدد (5) چنده دی عددونه کوم دی؟

حل:ـ

x = کوچنی عدد

$5x$ = لوی عدد

$$x+5x=18$$
$$6x=18$$
$$\frac{6x}{6}=\frac{18}{6}$$
$$x=3$$

$x=3$ کوچنی عدد

پس لوی عدد = 15 دی $5 \cdot x = 5 \cdot 3 = 15$ = لوی عدد

۷ـ دری پرله پسی عددونه پیدا کړئ چه مجموعه ئې (27) وی؟

حل:

$$(x)+(x+1)+(x+2)=27$$

اول عدد $= x$
دوهم عدد $= x+1$
دریم عدد $= x+2$

$$x+x+1+x+2=27$$
$$3x+3=27$$
$$3x=27-3$$
$$3x=24$$
$$x=\frac{24}{3} \quad x=8$$

۸ـ دری پر له پسې طاق عدد و نه ومومئ چه د هغوی مجموعه (45) وی؟

حل:-

اول عدد $= 2x+1$
دوهم عدد $= 2x+3$
دریم عدد $= 2x+5$

$$(2x+1)+(2x+3)+(2x+5)=45$$
$$2x+1+2x+3+2x+5=45$$
$$6x+9=45$$
$$6x=45-9$$
$$6x=36$$
$$x=\frac{36}{6} \quad \underline{\underline{x=6}}$$

۹ـ دری پر له پسې جفت عددونه ومومئ چه مجموعه یې (192) وی؟

حل:-

اول عدد $= 2x+2$
دوهم عدد $= 2x+4$
دریم عدد $= 2x+6$

$$(2x+2)+(2x+4)+(2x+6)=192$$
$$6x+12=192$$
$$6x=192-12$$
$$6x=180$$
$$\frac{6x}{6}=\frac{180}{6}= \quad \underline{\underline{x=30}}$$

۱۰ـ د 50 عدد داسې په دوو برخو وویشئ چه د کوچنی عدد ($\frac{1}{3}$) برخې او د لوی عدد ($\frac{1}{4}$) برخې مجموعه یې (14) شي؟

حل :ـ

کوچنی عدد $= x$

لوی عدد $= 50 - x$

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}(50 - x) = 14$$

$$12 \cdot \frac{4x + 150 - 3x}{12} = 14 \cdot 12$$

$$x + 150 = 168$$

$x = 168 - 150 = \underline{\underline{18}}$ کوچنی عدد

لوی عدد $= 50 - x = 50 - 18 = \underline{\underline{32}}$

تولیکوچې :

$$\left(\frac{1}{3} \cdot 18\right) + \left(\frac{1}{4} \cdot 32\right) = 6 + 8 = 14$$

۱۱ـ که په یوه عدد (7) زیات شي او بیا دوه برابره شي نتیجه یې (32) کیږي عدد دونه معلوم کړئ؟

حل :ـ

$$(x + 7)2 = 32$$

$$2x + 14 = 32$$

$$2x = 32 - 14$$

$$2x = 18$$

$$x = \frac{18}{2}$$

$$\underline{\underline{x = 9}}$$

امتحان :

$$(9 + 7)2 = 32$$

$$(16)2 = 32$$

$$32 = 32$$

۱۲ـ که د یوه عدد دنځه (5) کم شي او د تفریق حاصل یې په (5) ضرب شي په نتیجه کې د ضرب حاصل له اصلي عدد د نځه (7) په اندازه زیاتیږي نو موږ ی عدد د وموم ی؟

حل :- x = اصل عدد

$$5(x-5) = (x) + 7$$

$$5x - 25 = x + 7$$

$$5x - x = 25 + 7$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{32}{4} \qquad x = 8$$

۱۳- داسې عدد پیدا کړئ چې د هغه نیمایي د (5) په اندازه د هغه له دریمې برخې څخه زیات شي؟

حل: که نوموړی عدد x وي نو لیکو:

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = 5$$

$$6 \cdot \frac{3x - 2x}{6} = 5 \cdot 6$$

$$3x - 2x = 30$$

$$x = 30$$

یا په بل طریقه:

$$\frac{x}{2} - 5 = \frac{x}{3}$$

$$\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 5$$

$$6 \cdot \frac{3x - 2x}{6} = 5 \cdot 6$$

$$x = 30$$

۱۴- که د یوه عدد د $\frac{2}{3}$ برخه د هغه له $\frac{3}{4}$ برخې څخه لږ شي نتیجه یې (10) کیږي عدد پیدا کړئ؟

حل :-

$$\frac{3}{4}x - \frac{2}{3}x = 10$$

$$12 \cdot \frac{9x - 8x}{12} = 10 \cdot 12$$

$$9x - 8x = 120 \qquad x = 120$$

۱۵ــ کوم عدد د $\frac{17}{13}$ کسر له صورت او مخرج څخه تفریق شي ترڅو د $\frac{5}{8}$ کسر سره مساوي شي؟

حل:- فرضاً عدد د (x) دی نو.

$$\frac{17-x}{13-x}=\frac{5}{8}$$

$$65-5x=136-8x$$

$$8x-5x=136-65$$

$$3x=71 \quad , \quad x=\frac{71}{3} \quad \therefore x=23\frac{2}{3}$$

۱۶ــ یو پلار (36) کلن او زوی یې (3) کاله عمر لري، څو کاله وروسته به د پلار عمر د زوی د عمر څلور چنده شي؟

حل:

$$36+x=4(3+x)$$

$$36+x=12+4x$$

$$4x+12=x+36$$

$$4x-x=36-12$$

$$3x=24$$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}}=\frac{\overset{8}{\cancel{24}}}{\cancel{3}}$$

$$x=8$$

وروسته له (8) کالو د پلار عمر د زوی د عمر څلور چنده کیږي.

۱۷ــ د کریم (20) کاله وروسته عمر د هغه د (20) کاله مخکې عمر اووه برابره دی اوسنی عمر یې معلوم کړی؟

حل:

فعلي عمر $= x$

(20) کاله وروسته عمر $= x+20$

(20) کاله مخکې عمر $= x-20$

$$(x+20)=7(x-20)$$

$$x+20=7x-140$$

$$x-7x=-140-20$$

$$-6x=-160$$

$$\frac{-6x}{-6}=\frac{-160}{-6}$$

$$x=26\frac{2}{3}$$

د کریم اوسنی عمر $26\frac{2}{3}$ کاله دی.

تام اعداد د هغو اعدادو د سيټ څخه عبارت دي چه د طبيعي اعدادو او د هغوی ضد او صفر څخه تشکيل شوي وي لکه: (... ،3- ،2- ،1- ،0 ،1 ،2 ،3 ،...)

کسري اعداد:

ټول هغه اعداد چه تام نه وي د کسري اعدادو په نوم یادیږي.
کسري اعداد کیدای شي چه مثبت وي یا منفي. یا په بل عبارت:
هغه اعداد دي چه یو نامکمل واحد ښيي او یا دیوه نامکمل واحد څخه تشکيل شوي وي. مثلاً: $\frac{1}{2}$ ، $\frac{4}{3}$ ، $\frac{7}{8}$ . . . .

طبعي اعداد:

ټول هغه تام اعداد چه له یوه څخه شروع او تر هغه لوي وي. یا په بل عبارت: طبيعي اعداد یاد شمیر اعداد د لاندې اعدادو د سيټ څخه عبارت دي. (... 1، 2، 3، 4، 5، 6) . د طبيعي اعدادو سيټ همیشه په IN سره ښودل کیږي (x یو طبيعي عدد دی / x) = IN

مکمل اعداد: طبيعي اعداد او د صفر عدد په شمول د مکملو اعدادو په نوم یادیږي. لکه: (... ،3 ،2 ،1 ،0).

صفر: یو خنثي عدد دی چه د منفي او مثبتو عددو د بیلتون حد تشکيلوي.

مفرد اعداد: ټول هغه اعداد چه پرته له (1) او بیخپل ځان په بل عدد پوره د ویش وړ نه وي یا په بل عبارت چه د قاسمونو سيټ ئې دوه عنصره ولري.

مرکب اعداد: ټول هغه اعداد چه په څو عددونو پوره د ویش وړ وي د مرکبو اعدادو په نوم یادیږي یا په بل عبارت چه د قاسمونو سيټ ئې له دوو څخه زیات عناصر ولري.

مثبت او منفي اعداد: د اعدادو په کرښه ټول هغه اعداد چه د صفر ښي خواته پراته وي د مثبتو اعدادو، او کیڼې خواته د صفر څخه د منفي اعدادو په نوم یادیږي.

لومړی برخه

حساب

فهرست

فصل	عنوانونه	مخ
لمړی فصل :-	د ریاضی علم :	۱
	- د ریاضی تعریف .	۱
	- داعدادو د پیدا ئیښت تاریخچه .	۱
	- د واحد تعریف .	۶
	- د عدد تعریف .	۷
	- حقیقی اعداد .	۷
	- ناطق اعداد .	۷
	- موهومی اعداد .	۸
	- غیر ناطق اعداد .	۸
	- تام اعداد .	۸
	- کسری اعداد .	۹
	- طبیعی اعداد .	۹
	- مکمل اعداد .	۹
	- مفرد اعداد .	۹
	- مرکب اعداد .	۹
	- مثبت او منفی اعداد .	۹
دوهم فصل :-	د سیټ نظریه او اهمیت :	۱۱
	- د سیټ تعریف .	۱۲

مخ	عنوانونه	فصل
۱۲	- خالي سېټ -	
۱۲	- مساوي سېټونه.	
۱۲	- معادل سېټونه.	
۱۳	- معين او غير معين سېټونه.	
۱۳	- کُلي سېټونه.	
۱۴	- فرعي سېټ.	
۱۴	- طاقت ښوونکي سېټ.	
۱۵	- دیوه سېټ مکمله سېټ.	
۱۵	- د سېټ ښوونه.	
۱۶	د سېټونو اساسي عمليات:	
۱۶	- د سېټونو اتحاد.	
۱۶	- د سېټونو تقاطع.	
۱۷	- د سېټونو تفاضل.	
۱۷	- د سېټونو د عملیاتو قوانین.	
۱۹	- په سېټونو کې په کار وړل شوي نښې.	
۲۰	څلور ګوني عملیې په حساب کې:	دريم فصل:-
۲۰	- د جمعې عملیه.	
۲۰	- د جمعې خاصيتونه.	
۲۱	- د جمعې د عملیې میزان.	
۲۲	- د تفریق عملیه.	

فصل	عنوانونه	مخ
	- دتفریق دعملیې خاصیتونه .	۲۲
	- دتفریق دعملیې میزان .	۲۳
	- دضرب عملیه .	۲۳
	- دضرب دعملیې خاصیتونه .	۲۳
	- دضرب دعملیې میزان .	۲۴
	- دتقسیم عملیه .	۲۵
	- دتقسیم دعملیې خاصیتونه .	۲۵
	- دتقسیم دعملیې میزان .	۲۷
څلورم فصل :-	کسر :	۲۸
	- عام کسر .	۲۸
	- دعام کسر دولونه .	۲۸
	- دکسرونو مقایسه .	۲۹
	دعام کسر څلور ګونې عملیې :	۳۰
	- دجمع عملیه .	۳۰
	- دتفریق عملیه .	۳۱
	- دضرب عملیه .	۳۱
	- دتقسیم عملیه .	۳۱
	اعشار کسر :	۳۲
	- داعشار کسر څلور ګونې عملیې .	۳۲

فصل	عنوانونه	مخ
	- دجمعي عمليه.	۳۳
	- دتفریق عمليه.	۳۳
	- دضرب عمليه.	۳۳
	- دتقسیم عملیه.	۳۴
	- دکسرونو تبدیل یو په بل باندې.	۳۵
	- دعام کسر تبدیلول په اعشاري کسر.	۳۵
	- داعشاري کسر تبدیلول په عام کسر.	۳۵
	- دمتوالي کسر تبدیلول په عام کسر.	۳۶
پنځم فصل:-	نسبت، تناسب، فیصد، احدیت:	۳۸
	۱- نسبت:	۳۸
	- دنسبت تطبیق په مسایلو کې.	۳۸
	۲- تناسب:	۴۰
	- د تناسب ډولونه.	۴۱
	- مستقیم تناسب.	۴۱
	- معکوس تناسب.	۴۱
	- مرکب تناسب.	۴۲
	- د تناسب خاصیتونه.	۴۲
	۳- فیصد:	۴۵
	- د فیصد تطبیق په مسایلو کې.	۴۵

فصل	عنوانونه	مخ
	۴- احدیت	۴۶
	- حسابي اوسط.	۴۷
	- هندسي اوسط.	۴۷
شپږم فصل:-	تجزیه، طاقت، جذر:	۴۸
	۱- تجزیه.	۴۸
	۲- طاقت.	۵۰
	- دعدد دونو د طاقت قوانین.	۵۱
	۳- جذر:	۵۴
	- جذر مربع.	۵۴
	- جذر مکعب.	۵۵
اووم فصل:-	واحدات:	۵۶
	- د اندازه ګیرۍ د واحداتو تاریخچه.	۵۶
	- د واحداتو تعریف.	۵۸
	- ځني مشهور واحدات.	۵۸
	- د ځینو واحداتو مخففات.	۶۳
	- د ریاضۍ ځني مهمې او مشهورې نښې:	۶۴
	- د واحداتو تبدیل یو له بل سره:	۶۵
اتم فصل:-	الجبر:	۶۷
	- د الجبر تعریف.	۶۷



د نجات بین المللی کمیټه

د هنګو د ښوونځي او روزنې پروګرام

د ابتدائي مدرسو د ښوونکو لپاره د رياضي سيمينار

لومړۍ برخه

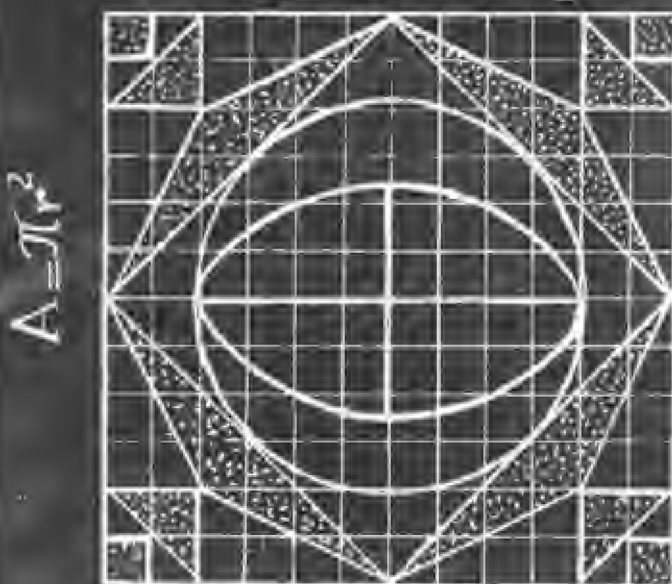


دوهمه برخه



$A = \frac{b \cdot h}{2}$ $A = \frac{d(h_1+h_2)}{2}$

$a : b :: c : d$



$A = \pi r^2$

$0.35\overline{84} = \frac{3584-35}{9900} = \frac{1183}{3300}$

$a^m a^n = a^{m+n}, (a^m)^n = a^{mn}$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$a^{-r} = \frac{1}{a^r}, \sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$

$A = \frac{d_1}{2} \cdot \frac{d_2}{2} \cdot \pi, \quad C = \frac{d_1+d_2}{2}$

ترتيب کوونکي:
د ښوونکو د تعليم او تربيې استادان.

کال: 1992م

فصل	عنوانونه	مخ
	- دالجبر تاریخچه.	۶۷
	- مطلقه قیمت.	۶۸
	الجبری افادي :	۶۹
	- الجبری حد.	۶۹
	- الجبری افاده.	۶۹
	- مشابه حدونه.	۷۰
	- دیوي څوحده افادي درجه.	۷۰
	- مرتبې او نامرتبې څوحده افادي.	۷۰
	- دهمعلامه او مختلف العلامه عددونو د ضرب نتیجه.	۷۲
نهم فصل :-	د ریاضی تمرینات :	۷۶
	- دشپږم ټولګی د ریاضي تمرینات.	۷۶
	- داووم ټولګی د ریاضي تمرینات.	۷۹
	- داتم ټولګی د ریاضي تمرینات.	۸۱
	- د نهم ټولګی د ریاضي تمرینات.	۸۵
	- دنهم ټولګی دالجبر دځینو مسایلو حل.	۹۱

مهتـــم :

دهنگودشوونی اوروزنی دپروگرام مسئول ـــ

محمّد قاسم (فرقانی)

تـــرتیب کوونکی :

درياضی دعلمی سمینار استاذان ـــ

محمّد قاسم (وهاج) ، عبدالحبیب ، عبدالوکیل (قیومی)،
خواجه عبدالرحمن (صدیقی) اوعبدالحلیم (فضلی)

تعلیمی اوتربیوی همکار :

گل حبیب .

دچاپ شمیر : (   ) جلده
کال : (۱۹۹۲ م ۱۳۷۱ هـ ش

بسم الله الرحمن الرحيم

سریزه:

اعوذ بالله من الشیطن الرجیم

بسم الله الرحمن الرحیم

هو الذی جعل الشمس ضیاء والقمر نورا وقدره منازل لتعلموا عدد السنین والحساب (سورة یونس)

عزتمندو لوستونکو!

د هنګو د تعلیم او تربیې پروګرام چه د (آی. آر. سی *I.R.C*) یوه څانګه ده، په 1988م کال په هنګو - پاکستان کې تاسیس او نورو څانګو د فعالیتو اوخد ماتو بر سیره د افغانستان د مهاجرینو د اطفالو د تعلیم او تربیې د پرمخ بیولو لپاره ئې په کار او فعالیت پیل وکړ.

په لومړۍ مرحله کې د هنګو د تعلیم او تربیې پروګرام د مهاجرو په ځینو کیمپونو کې د هغو اطفالو لپاره چه د جهادی تنظیمونو په مدارسو کې درس ویلو ته رسید لی نه شوای دینی تعلیمات جوړ او دینی تربیې لپاره ئې استاذان مقرر کړل، او هم په بعضی کمپونو کې چه د جهادی تنظیمونو مدارس وجود نه درلود هلته ئې ابتدائی مدرسې فعالې او د هغو ټولو اکمالات د هنګو د تعلیم او تربیې د پروګرام په غاړه دی.

د بعضی غریبو او بې وزلو یتیمانو ته چه سن ئې لوړ وو د کسبونو لکه نجاری - ولډینګکاری - او نورو تخنیکی زده کړې لپاره ئې ورته په زړه پورې

(*) International Rescue Comittee

زمينه مساعده کړه چه ورو سته د فراغت څخه ددوی د ضرورت وړ سا
مان او لوازم هم په وړيا توګه ورکول کېدل.

په دوهمه مرحله کې د هنګو د تعليم او تربيې پروګرام د جهادی تنظيمونو
مربوط مدرسو ته چه په کوهاټ، بنو، ديره اسمعيل خان، وانه، ميرانشا
هنګو، ټل، سده، پاړه چينار، ... او نورو ساحو کې ئې موقعيت درلود
درسی کتابونه، درسی مواد او لوازم لکه: کتابچې، خودکار قلمونه، پنسل
پنسل پاك، پنسل تراش، د سليټ تختې، سليټ قلمونه، د لرګی تختې
سياهی، رنګه قلم، روغنی رنګې، خط کش، نی قلمونه، سپينه خاوره، توره
تخته، تباشير، تخته پاك، سطرنجی او يا ترپال او خيمې، تهيه او هرې مدر
سې ته د دوی د ضرورت په اساس (د سروې له مخې) رسول کېدل.

د هنګو د تعليم او تربيې د پروګرام استاذانو د مدارسو د سروې په
وخت کې وليدل چه اکثره غير مسلکی استاذان د ضرورت په اساس په
مدرسو کې د ښوونکی د نده ترسره کوله نو پدې اساس ئې تصميم ونيوه تر
څو د د غه ښوونکوسره د مسلك په ارتباط هم مرسته شوېوی، نو يوه
اونيزه، دوه اونيزه او يوه مياشتنی مسلکی سيمينارونه د جهادی تنظيمونو د مدرسو
د ښوونکو لپاره داير کړل.

څرنګه چه د هنګو د تعليم او تربيې پروګرام استاذانو نشو کولای چه د
جهادی تنظيمونو د مدرسو ښوونکو ته په افغانستان کې دننه او پاکستان
کی د مسلك په اړوند مرسته وکړی نو پرېکړه ئې وکړه چه دننه په افغانستان
کې د جهادی تنظيمونو د مدرسو د ښوونکو سره د مسلك په ارتباط کمك وکړی، نو دری
مياشتنی مسلکی کورسونه داير او په هغه کې يو شمېر افغانی استاذان چه

رياضي برخه د (۹) فصلونو او (۱۰۳) مخو، او د هندسي برخې د (۴) فصلونو او (۹۱) مخو در لودونکې ده. را تلونکې او د دې مجموعې په شکل د سيمينار په پای کې هر استاذ ته يو جلد ور کول کيږي تر څو د ضرورت په وخت کې د خپلو مشکلاتو د حل په وخت کې ګټه ورڅخه واخلي لکه شاعر چې وايي:

برګ سبز است تحفهٔ درويش   چه کند بينوا همين دارد

بايد ووايو چې دا مجموعه د وخت د لږوالي له امله په بيړه ترتيب شوې ده نو د محترمو لوستونکو نه هيله ده چې د مطالعې په وخت کې کومې نيمګړتياوې په نظر ورځي د اصلاح په غرض يې خپل کمتور نظريات موږ ته را وليږي.

وَمِنَ اللهِ التَوفِيق

د ښوونې او روزنې د پروګرام استاذان.